

Nancy 1973

OPTIMISATION GEOSTATISTIQUE DE
LA PRODUCTION DU GISEMENT DE
PHOSPHATES DU BAS-TOGO

=====

H. SANS

=====



Nancy 1973

OPTIMISATION GEOSTATISTIQUE DE
LA PRODUCTION DU GISEMENT DE
PHOSPHATES DU BAS-TOGO

H. SANS
=====

T H E S E

présentée à

L'UNIVERSITE NANCY-1 DE NANCY

pour l'obtention du titre

D O C T E U R - I N G E N I E U R

par

M. Henri SANS

Ingénieur Géologue

OPTIMISATION GEOSTATISTIQUE DE LA PRODUCTION
DU GISEMENT DE PHOSPHATES DU BAS-TOGO

Soutenue publiquement le 3 Octobre 1973 devant la Commission d'Examen

J U R Y

Mr. P. BLAZY	Président
Professeur à l'Institut National Polytechnique de NANCY	
Mr. G. MATHERON	Rapporteur
Directeur de Recherches à l'Ecole des Mines de PARIS	
Mr. M. DEPAIX	Examineur
Professeur à l'Université NANCY-1	
Mr. C. GABRIEL	Invité
Administrateur Directeur Général de la COTOMIB	



REMERCIEMENTS

=====

Ce travail n'aurait pu être mené à bien sans l'aide scientifique et technique que j'ai reçue de toutes parts. Je tiens à exprimer ma profonde gratitude :

au Professeur P. BLAZY, Président de mon Jury de Thèse
au Docteur G. MATHERON, Membre du Jury et rapporteur de ma Thèse
au Professeur M. DEPAIX, Membre du Jury
à Mr. C. GABRIEL, Administrateur Directeur Général de la COTOMIB,
Membre invité

qui m'ont fait l'honneur de participer à ce Jury.

Je suis heureux de dire ici combien j'ai apprécié de pouvoir travailler dans l'entourage de Monsieur G. MATHERON, m'initier à ses théories si attachantes et me former par des contacts personnels à sa pensée originale et féconde.

Je veux remercier également Messieurs A. JOURNEL et Ch. HUIJBREGTS qui m'ont enseigné la Géostatistique et fait partager leur enthousiasme pour cette discipline.

C'est grâce à des entretiens fréquents avec Mr. C. GABRIEL et ses collaborateurs de la Compagnie Togolaise des Mines du Bénin que cette étude a pu être menée, étape par étape et dans le souci constant d'adapter l'outil géostatistique au problème concret posé, jusqu'à la réalisation des programmes opérationnels du contrôle de la production. Cette collaboration étroite entre l'Industrie et le Centre de Recherches de Morphologie Mathématique s'est révélée extraordinairement fructueuse.

Je dois à Messieurs J. JACOD et F. CONRAD, qui furent mes Professeurs, d'avoir pris goût aux Probabilités et de m'avoir ainsi introduit dans la riche aventure scientifique et humaine du Centre de Morphologie Mathématique.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555024_0009

Que Messieurs H. DIGABEL et D. GUIBAL, P. CHAUVET et J.P. CHILES, Chercheurs du Centre, trouvent ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et pour les encouragements qu'il n'ont cessé de me prodiguer.

Je tiens tout particulièrement, ici, à rendre hommage à la mémoire de Mr. A. BEN SARI, mon ancien camarade, trop tôt disparu, auquel je dois mes premiers contacts avec la Géostatistique.

Je tiens à associer à ces remerciements Mme PIPAULT et Mr. LAURENT qui se sont respectivement chargés de la partie dactylographique et de la partie illustrée avec beaucoup de dévouement et de compétence.

Je ne saurais oublier Melle M.D. BURTE qui s'est acquittée avec beaucoup d'efficacité de tâches administratives, parfois fastidieuses. Je la remercie bien vivement.

TABLE DES MATIERES

=====

CHAPITRE 0 - Objectifs et Conclusions	1
CHAPITRE 1 - Analyse structurale	12
CHAPITRE 2 - Krigeage	33
CHAPITRE 3 - Théorie et pratique de l'optimisation	60
Bibliographie	76
Figures	I-0
Tableaux 1 à 19	II-0
Annexes - Notices d'utilisation des programmes - Ordinogrammes - Listings	
- P.TOGO Calcul des Pondérateurs de krigeage	III-1
- K.TOGO Calcul des Krigeages	III-19
- S.TOGO Calcul de l'optimum global. Résultats global et locaux.	III-41

CHAPITRE 0 - OBJECTIFS ET CONCLUSIONS

=====

Cette deuxième étude géostatistique du gisement de Phosphates du Togo a pour but le contrôle de qualité de la production. Rappelons qu'une première étude [2] proposait une estimation globale de Réserves in situ, sans sélection : toute la puissance minéralisée reconnue à l'aplomb d'un sondage était estimée en bloc. Cette estimation in situ donnait une bonne idée des possibilités du gisement, on dira plutôt des Ressources in situ du gisement.

Mais son exploitation pose un problème autrement plus délicat : sur une unité d'exploitation E, il s'agit de maximiser le tonnage minéral récupéré dans la granulométrie pilote (43-840 μ), sachant que la teneur trical (43-840 μ) de ce tonnage doit être supérieure (ou égale), avec un certain risque α , à une teneur limite τ_1 imposée à l'avance. Définir les toit et mur maximisant le tonnage utile (43-840 μ) sous les contraintes de qualité (α , τ_1), c'est très précisément définir le nouveau gisement E' dit "économique" que, seul, intéresse l'exploitant. Ce gisement économique E' définit les Réserves à Récupérer qui sont inférieurs aux ressources in situ de E.

Précisons, dès à présent, les limites de cette étude.

L'optimum théorique à définir sur E ne tient pas compte de certaines contraintes techniques de l'exploitation (les limites de manoeuvre de la roue-pelle, par exemple). Les profils optimaux des toit et mur se présentent généralement sous la forme d'un ensemble de "touches de piano" avec parfois des décalages importants que ne pourra respecter l'exploitation (fig. 0-1). On peut affirmer avec certitude que tout profil pratique d'exploitation différent du profil optimal théorique conduira à des résultats Tonnage-Teneur différents de ceux correspondants à l'optimum. En effet, par définition, tout écart par rapport à un optimum ne peut être que défavorable.

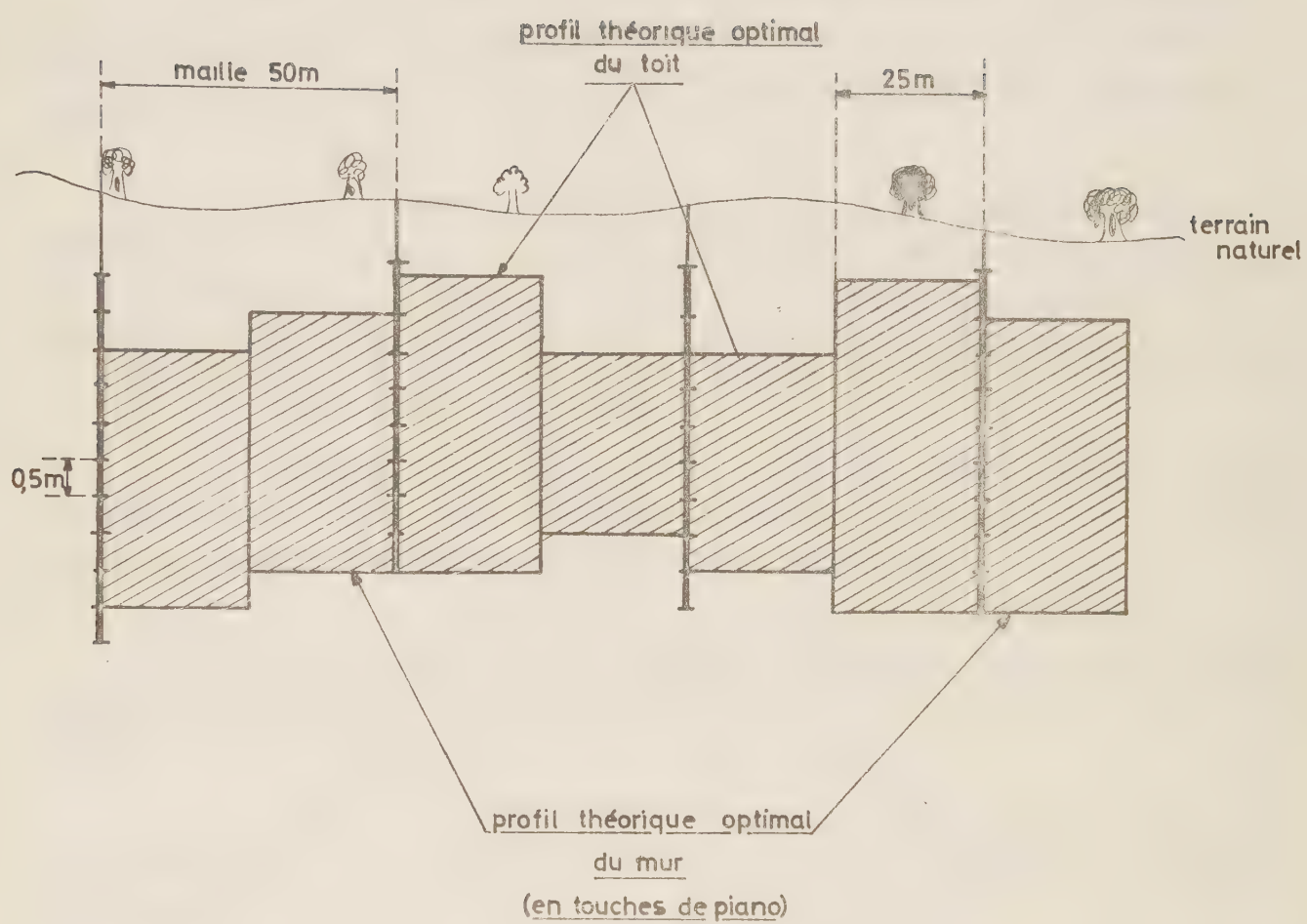


fig:1- Profils toit-mur optimaux-

COTOMIB demandait la mise au point d'une méthode opératoire, facilement automatisable ainsi que la réalisation des programmes.

Les conditions du problème sont les suivantes :

* Géométrie de E

L'unité d'exploitation E peut être un profil, un ensemble de profils ou zone, ou un ensemble de zones (fig. 0-2). Elle peut correspondre à une production journalière, hebdomadaire, mensuelle, trimestrielle, etc...

L'unité E peut aussi être constituée de plusieurs unités E_i séparées dans l'espace (Les possibilités de l'ordinateur limitent en fait le nombre et la taille des E_i). Le programme mis au point permettra d'harmoniser optimalement la production de plusieurs chantiers.

* Information disponible

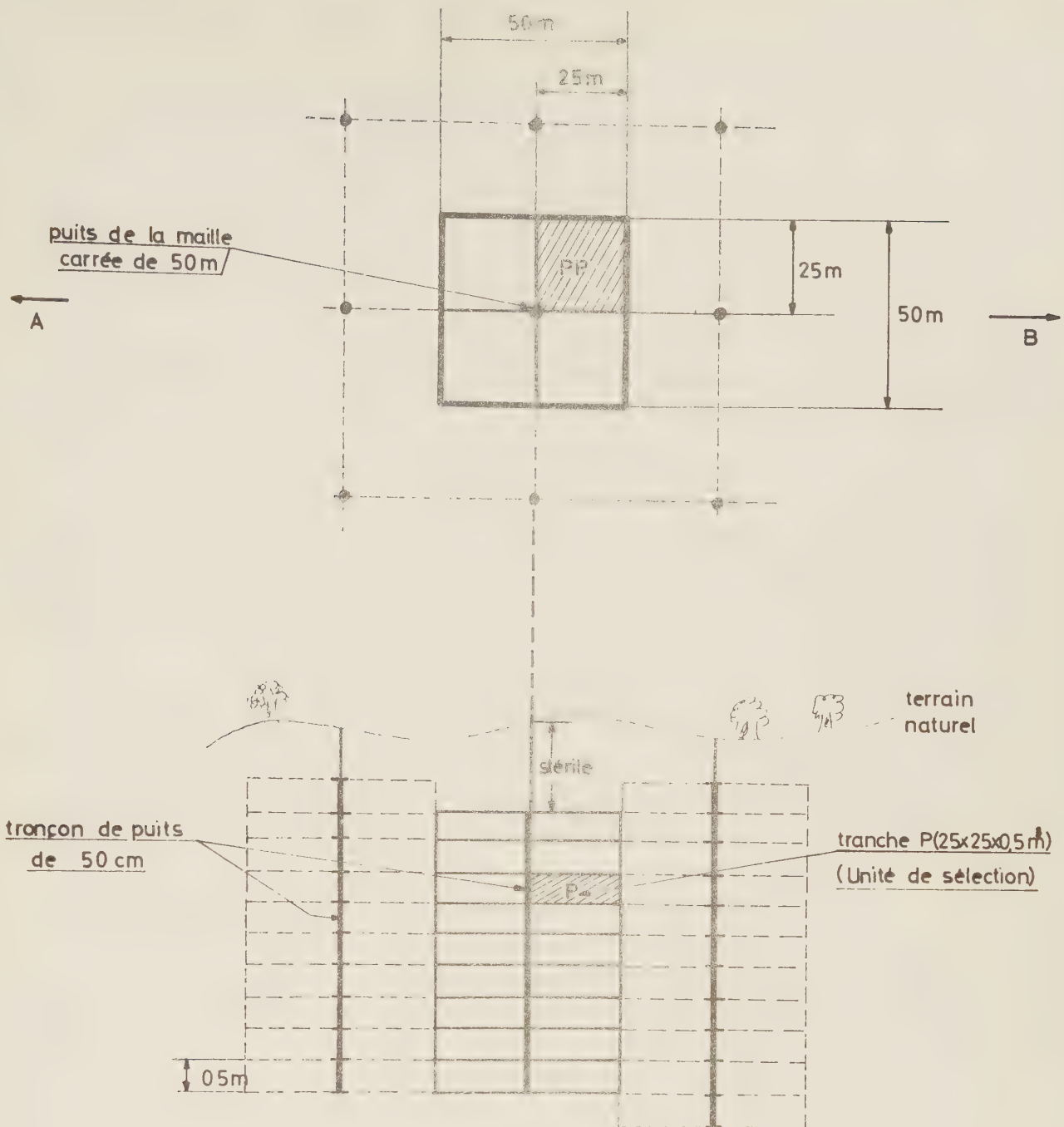
Le gisement est reconnu par des puits manuels ou des sondages mécaniques situés aux noeuds d'une maille carrée de 50 m. Chaque puits ou sondage est découpé en tronçons de 50 cm.

La structure de l'information disponible permet de définir l'unité de sélection qui est la tranche P de section $25 \times 25 \text{ m}^2$ et de hauteur 0,5 m (fig. 0-3).

En effet, un sondage de la maille à 50 m informe 4 panneaux PP de surfaces $25 \times 25 \text{ m}^2$. L'unité E est alors constitué d'un pavage de N panneaux PP_i , $i = 1, N$,

chaque panneau PP est constitué d'un empilement de tranches élémentaires P.

* Contrôler la production sous les contraintes (α, τ_1) consistera à exploiter, ou au contraire, à mettre au stérile des ensembles compacts de tranches élémentaires P, sur chaque panneau PP de $25 \times 25 \text{ m}^2$.



. Coupe AB

fig:3

Résultats

=====

L'étude a porté sur l'ensemble des zones K7 bis à T du siège Nord (fig.02).

Remarques préliminaires

- Les conclusions de l'analyse structurale, du krigeage, et du contrôle de production sont relatifs à la seule granulométrie (43-840 μ) et ne pourront en aucun cas être étendues à d'autres granulométries, sans vérifications préalables.

- Le krigeage et par suite le contrôle de production lui-même sont entièrement conditionnés par la maille carrée à 50 m. Les programmes correspondants ne pourront pas être utilisés avec une maille à 100 m 200 m.

- Les données disponibles concernent le phénomène minéralisé reconnu et non pas le phénomène minéralisé réel inconnu. Les éventuelles erreurs systématiques qui peuvent s'introduire au niveau de la récupération des échantillons et au niveau des processus de quartage et d'analyses n'ont pu être étudiées.

I - Analyse structurale

La première étude géostatistique [1] avait révélé, pour chaque variable étudiée (pourcentage et accumulation), les structures d'échelle supérieure à 50 m. Mais le krigeage des tranches P ($25 \times 25 \times 0.5 \text{ m}^3$) faisant intervenir des distances inférieures à 50 m, il était absolument indispensable de connaître aussi le variogramme ponctuel de nos variables pour les distances inférieures à 50 m.

Une croix de sondages mécaniques à maille resserrée de 10 m, représentant 54 puits complémentaires, a permis d'accéder au variogramme ponctuel à petite échelle ($< 50 \text{ m}$).

Pour chacune des variables étudiées, pourcentage et accumulation, ce variogramme ponctuel, tridimensionnel, est la somme de 3 structures d'échelle différentes :

$$\gamma(h, h') = C_0 - C(h) + C_1 \gamma_1(a_1 ; h) + C_2 \gamma_2(a_2 ; h')$$

$$h = \sqrt{h_x^2 + h_y^2 + h_z^2}$$

$$h' = \sqrt{h_x^2 + h_y^2}$$

$C_0 - C(h)$ = Microstructures d'échelle < 1 m, communément appelées effet de pépite.

Isotrope à 3 dimensions.

$C_1 \gamma_1(a_1; h)$ = 1° structure, tridimensionnelle et isotrope, d'échelle intermédiaire (sa portée est de 25 m). Sa forte anisotropie (portée verticale 1 m.50, portée horizontale 25 m) a été réduite par une affinité convenable. Le modèle théorique choisi pour γ_1 est le schéma sphérique.

$C_2 \gamma_2(a_2; h')$ = 2° structure, bidimensionnelle (aucune composante verticale) et isotrope. Sa portée est grande (300 m).
Modèle théorique adopté : schéma sphérique.

Les valeurs des paramètres structuraux $A = \int C(h) dh$, C_1 , a_1 , C_2 , a_2 sont donnés dans le tableau (0-I,1).

	Microstructure ou effet de pépite	1° structure		2° structure	
		palier C_1	portée a_1	palier C_2	portée a_2
Accumulation $a(x, y, z)$	113.3	29.4	25 m	13	300 m
Pourcentage $p(x, y, z)$	112.2	38	25 m	13	300 m

Tableau (0-I,1) - Paramètres structuraux des variogrammes théoriques ponctuels de l'accumulation et du pourcentage.

Le type et le rapport k d'anisotropie de la 1° structure

Les portées a_1 et a_2 des 1° et 2° structures

ont une valeur globale et peuvent être considérées comme des paramètres descriptifs liés à la genèse du gisement. Leur estimation est définitive.

Par contre

les paliers C_1 et C_2 des 1° et 2° structures

l'effet de pépite, par l'intermédiaire de $A = \int C(h)dh$

ont une valeur locale : ils expriment les particularités de chaque partie du gisement (partie riche ou partie pauvre, par exemple).

Les valeurs ci-dessus (tableau O-I,1) sont caractéristiques du siège Nord seulement.

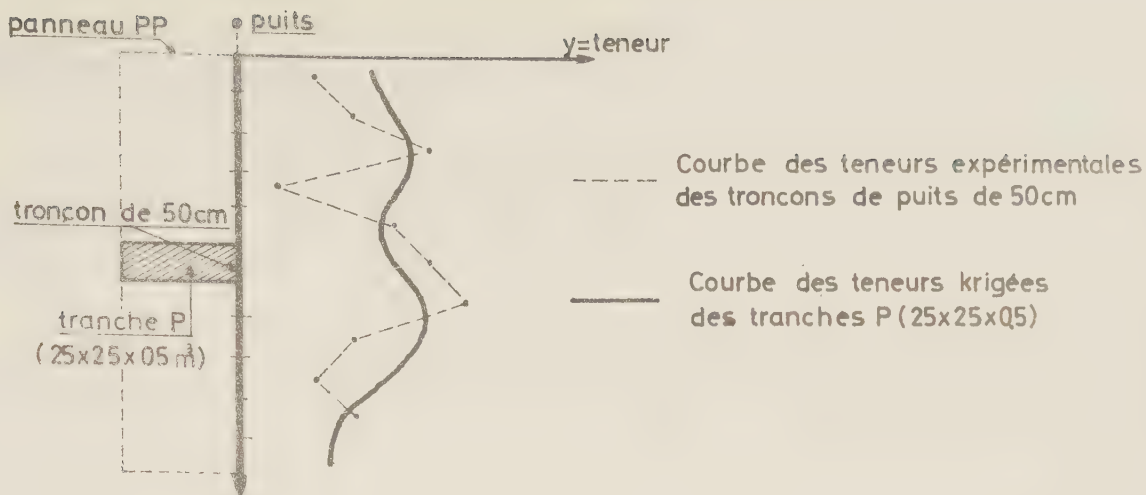
Cette analyse structurale, ainsi que le complément de reconnaissance demandée (croix de sondages) sont adaptés à l'objectif poursuivi :

* Une estimation locale correcte des tranches P ($25 * 25 \times 0.5 \text{ m}^3$) n'aurait pas été possible sans une bonne connaissance des structures entre 0 et 50 m.

* La géostatistique a minimisé le volume d'informations complémentaire; une maille systématique de 10 ou 25 m n'a pas été nécessaire et n'aurait d'ailleurs pas été acceptée par la COTOMIB (à juste titre) : les 54 puits d'une croix judicieusement implantée ont été suffisants.

II - KRIGEAGE DES TRANCHES P ($25 * 25 \times 0.5 \text{ m}^3$)

Le résultat essentiel de l'estimation par krigeage des tranches P apparaît sur les courbes ci-dessous représentant l'évolution verticale de la variable teneur par exemple



La courbe des teneurs krigées est moins dispersée que la courbe des teneurs expérimentales des puits. Cet effet de lissage n'est pas surprenant : des échantillons de quelques kilogs (tronçons de puits de 50 cm de hauteur) sont plus dispersés que des échantillons de plusieurs tonnes (tranches P de $25 \times 25 \times 0.5 \text{ m}^3$). L'expérience minière confirme ici les relations théoriques de la géostatistique.

Ce krigeage préalable au calcul de l'optimum proprement dit, est une des étapes essentielles de notre étude. En effet, la courbe des teneurs krigées est seule représentative de l'évolution verticale des teneurs des tranches P ; c'est précisément sur cette courbe que va être effectué la sélection et non sur la courbe expérimentale des tronçons de puits de 50 cm : on exploitera des tranches P et non des tronçons de puits.

Le krigeage garantit le non-biais des estimations et évite les pièges classiques de la surestimation à laquelle conduit inévitablement une sélection pratiquée sur la courbe expérimentale des tronçons de puits (fig. 2-IV-3).

Les programmes P.TOGO et K.TOGO (cf. notices d'utilisation des programmes ci-après) réalisent les krigeages des tranches P pour les variables teneur et pourcentage.

L'ordre de grandeur des écarts-type relatifs d'estimation est :

- de l'ordre de 3 % pour la teneur pilote
- de l'ordre de 6 % pour le pourcentage pilote

sous l'hypothèse de non biais des prélèvements et analyses. Les estimations réalisées sont très correctes.

Remarque importante

Dans la pratique, la maille carrée de 50 m n'est pas complète et présente des lacunes. Cette circonstance, défavorable, a entraîné un alourdissement très notable des programmes P.TOGO et K.TOGO.

Une maille complète, sans lacunes, aurait permis de réaliser des programmes plus simples et par suite d'exploitation moins coûteuse.

III - CONTROLE DE LA PRODUCTION SUR E

Le programme S.TOGO (sélection-TOGO , cf. notice d'utilisation) fournit l'optimum théorique global sur E. Il utilise directement en INPUT les résultats du krigeage.

1. Optimum théorique

Sur une unité de production E bien définie, S.TOGO présente l'estimation

- des Ressources in situ, obtenues lorsqu'il n'y a pas de teneur limite imposée : $\tau_1 = 0$.
- des Réserves récupérées sur le gisement économique E', au risque α , pour une gamme de 5 teneurs limites τ_1 imposées. Les réserves récupérées pourront, dans certains cas, être égales, en Tonnage et teneur, aux Ressources in situ.

* S'il n'est pas de notre compétence de fixer les valeurs de contraintes α , τ_1 , il nous appartient d'indiquer la sensibilité de l'optimum théorique à la variation de ces deux paramètres.

E est choisie.

à τ_1 fixé, un risque α excessivement faible peut conduire à l'écrémage redouté du gisement. Au contraire, l'accroissement du risque α ira toujours dans le sens d'une sélection moins sévère et donc d'un tonnage utile (45-840 p) récupéré plus grand.

à α fixé, il est évident qu'un accroissement de τ_1 aura tendance à entraîner une diminution du tonnage utile récupéré.

L'étude réalisée permet de quantifier ces deux remarques qui "tombent sous le sens" et de suivre, pas à pas, l'évolution du gisement économique E' en fonction de ces deux paramètres.

- Les Responsables du gisement peuvent donc, à tout moment, faire le meilleur choix du risque α et/ou de la teneur limite τ_1 .

- Le mineur connaît alors, avec précision, le profil du gisement économique E' à extraire.

* Dans d'autres cas, il pourra être judicieux de modifier la taille de E elle-même (c'est-à-dire le nombre N de panneaux PP de surface $25 \times 25 \text{ m}^2$ constituant E).

En effet, à α et τ_1 fixés, l'estimation de la teneur moyenne du tonnage récupéré est meilleure lorsque N est grand (compensation des erreurs). L'amélioration de cette estimation entraînera généralement une sélection moins sévère sur chacun des panneaux PP et donc une récupération globale, sur E, plus grande.

* Le problème suivant pourra également se présenter :
à α , τ_1 , E fixés, l'optimum théorique conduit à un écrémage inacceptable du gisement. Quelle décision prendre ? On choisira la solution convenable parmi l'éventail de solutions possible suivant :

1. admettre un risque α supérieur, à la limite égal à 50 % : une fois sur deux, la teneur vraie du tonnage récupérée sur E sera inférieure à la teneur limite τ_1 .

2. diminuer τ_1 .

3. prendre une unité de production E plus grande, c'est-à-dire augmenter N.

4. ou encore améliorer la reconnaissance en réduisant la maille de puits (centrer la maille carrée actuelle de 50 m par exemple). Les krigeages des tranches P ($25 \times 25 \times 0.5 \text{ m}^3$) seraient alors plus précis et par suite la teneur moyenne du tonnage récupérée sur E mieux estimée. On a déjà noté qu'une meilleure connaissance de la teneur moyenne du tonnage récupéré entraînait des Résultats Tonnage-Teneur également meilleurs.

Remarque : Le choix de la solution 4 nécessitant l'adaptation des programmes P.TOGO et K.TOGO. Nous rappelons que la mise au point des programmes actuels dépend très étroitement de la maille carrée à 50 m actuelle.

Quelle que soit la solution adoptée (1,2,3,4) ou même la combinaison de solutions retenues (1 et 2 par exemple), l'optimum pourra encore ne pas être satisfaisant. Il faut alors avoir bien présent à l'esprit que tous ces résultats restent conditionnés par le "gisement reconnu" lui-même. S'il est pauvre, aucune théorie de l'optimisation, aussi sophistiquée soit-elle, ne pourra l'enrichir.

Nous pouvons encore dégager la notion, très importante en pratique, de "gisement en tout ou rien". En effet à E fixé, des contraintes (α, τ_{11}) peuvent conduire à un optimum nul (toute l'unité est mise au stérile) alors que des contraintes (α, τ_{12}) moins sévères ($\tau_{12} < \tau_{11}$) permettraient d'exploiter toute la puissance sur tous les panneaux PP constituant E. On aboutit ainsi à la sélection en tout ou rien :

pour τ_{12} on exploite tout le gisement reconnu sur l'unité E.

pour τ_{11} , immédiatement supérieur à τ_{12} , on n'exploite rien.

2. Dans la pratique, l'exploitation ne pourra pas suivre, pour des raisons techniques, le contour du gisement économique E', solution de l'optimum. Le mineur s'appuiera sur les résultats fournis par le C.M.M. pour dessiner le profil du gisement E" qu'il va extraire : nous avons déjà précisé que E" n'a aucune chance de correspondre à un optimum.

Le comportement du mineur, vis-à-vis de l'optimum C.M.M., a le sens d'un salissage. Afin que les résultats C.M.M. tiennent compte en partie de ce salissage empirique, nous avons multiplié, dès à présent, l'écart-type d'estimation du titre moyen sur E par un coefficient de sécurité égal à 2.

Il serait meilleur d'effectuer un krigeage en retour de E" qui donnerait la meilleure estimation possible du gisement que le mineur a sélectionné sur la base de l'optimum théorique C.M.M. E'. La réalisation de ce krigeage ultime d'exploitation ne faisait pas l'objet du contrat d'études entre COTOMIB et le C.M.M. de Fontainebleau.

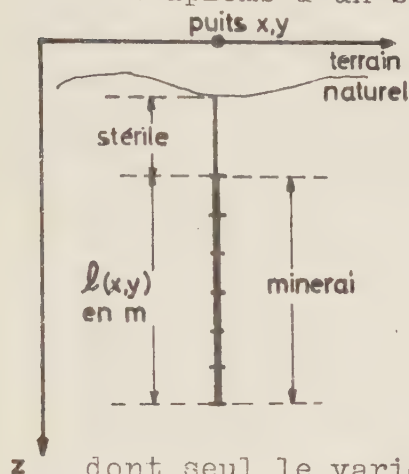
CHAPITRE I - ANALYSE STRUCTURALE

- I - INTRODUCTION
- II - INFORMATION DISPONIBLE
- III - VARIABLES REGIONALISEES ETUDIEES
- IV - PLAN DE L'ETUDE STRUCTURALE. PRESENTATION METHODOLOGIQUE
- V - ETUDE DES VARIOGRAMMES EXPERIMENTAUX
- VI - MODELE STRUCTURAL

CONCLUSIONS

I - INTRODUCTION

Les études structurales précédentes* avaient été conduites en vue d'aboutir à un objectif bien précis, l'estimation des réserves reconnues en place. L'estimation en place ne définissait aucun toit ni mur : toute la puissance minéralisée reconnue à l'aplomb d'un sondage était estimée en bloc ; dans un tel pro-



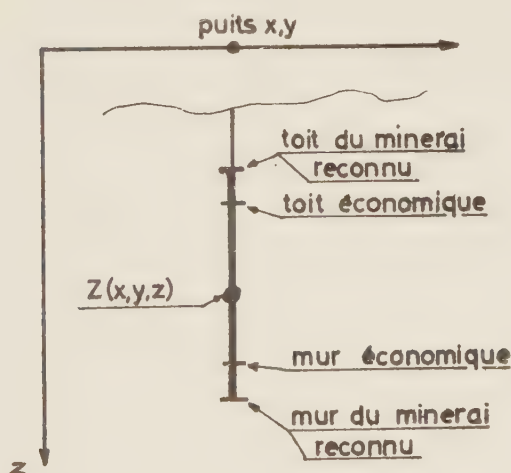
blème la variabilité verticale de $Z(x,y,z)$, variable régionalisée tridimensionnelle, est intégrée dans la définition d'une nouvelle variable régionalisée

$$A(x,y) = \int_{l(x,y)} Z(x,y,z) dz$$

bidimensionnelle (définie en chaque point (x,y) de l'espace horizontal)

dont seul le variogramme est utile à connaître.

Le contrôle de production exige maintenant autrement plus de finesse. En effet, il s'agit de définir, à l'aplomb de chaque puits, un mur et un toit optimaux de production satisfaisant à certaines contraintes de qualité ($\alpha, \mathcal{C}l$).



L'on ne peut plus alors se contenter de structures de $A(x,y)$ qui rendent impossible la détermination du toit et mur justement parce qu'elles intègrent la variabilité verticale. Le modèle théorique de $Z(x,y,z)$, à trois dimensions est le seul à rendre compte de la régionalisation spatiale dans son ensemble et à permettre de situer dans l'espace

les limites du gisement économique à extraire.

* Reconnaissance structurale du gisement de phosphates du TOGO
Décembre 1971 par A. JOURNEL et H. SANS.

* Estimation globale du gisement de phosphates du TOGO par H. SANS
Mars 1972.

II - INFORMATION DISPONIBLE

*Cette étude structurale a été réalisée à partir d'un ensemble de puits appartenant au siège Nord et regroupant les zones K7 bis à T incluse. (voir fig. 0-2).

*On dispose, sur cet ensemble de zones,

- d'une maille carrée à 100 m, régulière.

Chaque puits reconnaît toute la formation minéralisée et est foré soit manuellement, (diamètre 50 à 80 cm) soit mécaniquement au moyen d'une sondeuse (diamètre 20-30 cm). Dans les deux cas, le puits est découpé en tronçons de 50 cm, sauf le dernier qui peut avoir une longueur inférieure à 50 cm. Le minerai de chaque tronçon, ou passe, est séparé en deux ou trois fractions granulométriques selon les cas (fractions 43μ - 175μ , 175μ - 840μ , 840 - 3033μ) qui sont analysées en titre et pourcentage.

- d'une croix de puits dans les 2 directions de la maille précédente, avec un espacement de 10 m. Le krigeage et le contrôle de production faisant intervenir des unités minières et plus généralement des distances inférieures à 25 m, il est absolument nécessaire de connaître les variogrammes pour des distances inférieures à 25 m.

Les caractéristiques techniques de la croix sont les suivantes :

Implantation (fig. 0-2) : dans la zone Q, entre les puits BB 105 - BB 113 (direction de la ligne AV), et les puits AZ 109 - BD 109 (direction perpendiculaire à la précédente). Cette implantation n'est pas aléatoire : la croix ne se situe pas en bordure de gisement, ni en zone de minéralisation particulière puisque ses caractéristiques seront "en moyenne" identiques à celles des zones K7bis à T. (En réalité, un léger effet proportionnel est inévitable).

Nombre de puits forés : 54

Echantillonnage réalisé : les puits ont été forés à la sondeuse mécanique, découpés en passes de 50 cm analysées elles-mêmes directement dans la fraction 43 - 840μ .

Remarque 1

Si l'utilisation future du programme de contrôle de production nécessite impérativement une maille à 50 m, l'analyse structurale a pu être réalisée avec la maille carrée à 100 m et la croix à 10 m disponibles au stade actuel de l'étude.

Remarque 2

On remarque que, selon les zones, le rapport "puits forcés manuellement sur puits forcés mécaniquement" est très variable.

On a pu vérifier en première approximation et pour les seules zones étudiées (K7bis à T) que le mélange des 2 procédés n'apportait pas de modifications sensibles au niveau des vario-grammes.

Remarque 3

Nous avons travaillé sur la réalité reconnue. En particulier, nous n'avons pas étudié la présence éventuelle d'erreurs systématiques qui peuvent s'introduire au niveau de la récupération des échantillons et au niveau des processus de quartages et d'analyses.

III - VARIABLES REGIONALISEES ETUDIEES

On a procédé à l'analyse structurale de 2 variables régionalisées (en abrégé V.R.). Ce sont :

$p(x,y,z)$ pourcentage de la fraction 43-840 μ exprimé en point = 1 pour cent

$a(x,y,z)$ accumulation ou teneur tout venant de la fraction 43-840 μ exprimée en point = 1 pour cent

(x,y,z) représente un point de l'espace à 3 dimensions.

$a(x,y,z)$ se déduit de $p(x,y,z)$ par la relation

$$a(x,y,z) = \frac{p(x,y,z) \times t(x,y,z)}{100} \quad \text{avec } t(x,y,z), \text{ teneur de la fraction [43-840}\mu\text{] exprimée en point.}$$

Ces deux variables tridimensionnelles sont les seules qui interviennent dans le krigeage.

Remarque importante.

Les conclusions de l'analyse structurale, du Krigeage et du contrôle de production futurs sont relatifs à cette seule fraction granulométrique et ne pourront en aucun cas être étendues aux autres fractions granulométriques.

IV - PLAN DE L'ETUDE STRUCTURALE - PRESENTATION METHODOLOGIQUE

IV-1 - Rappels théoriques de géostatistique

IV-1-a - Régularisation

A partir d'une variable régionalisée $Y(x,y,z)$ à 3 dimensions, on obtient par régularisation par une fonction de pondération (ou de prélèvement) $q(x,y,z)$ une nouvelle variable régionalisée $Y_q(x,y,z)$. Y_q n'est en fait qu'une "moyenne mobile" et s'exprime sous la forme d'un produit de convolution :

$$Y_q(x,y,z) = \iiint Y(x+x', y+y', z+z') q(x',y',z') dx' dy' dz'$$

soit de manière plus condensée, $Y'_q = Y * q$

On notera que $Y_q(x,y,z)$ est encore une V.R. à 3 dimensions.

On démontre* que le variogramme de Y_q , soit γ_q , se déduit de celui de Y , soit γ , par la formule suivante :

$$\gamma_q(hx,hy,hz) = \iiint \gamma(hx+vx,hy+vy,hz+vz) \times P(vx,vy,vz) dvx dvy dvz \\ - \iiint \gamma(vx,vy,vz) P(vx,vy,vz) dvx dvy dvz$$

Soit en notation condensée

$$\gamma_q = \gamma * P - A$$

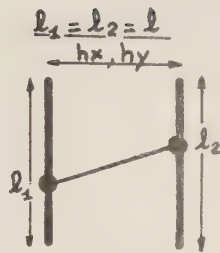
$P(vx,vy,vz) = \iiint q(x+vx,y+vy,z+vz)q(x,y,z)dx dy dz$ étant le covariogramme transitif de la fonction de pondération $q(x,y,z)$:
 $P = q * q$.

IV-1-b - Montée d'ordre 1 sous puissance constante

L'opération qui fait passer de la V.R. $Y(x,y,z)$ tridimensionnelle à la variable $Y_1(x,y)$ bidimensionnelle définie par

$$Y_1(x,y) = \frac{1}{1} \int_0^1 Y(x,y,z) dz$$

est appelée montée d'ordre 1 sous puissance constante 1.



γ_1 , variogramme de Y_1 , se déduit de γ , variogramme de Y , par la formule générale

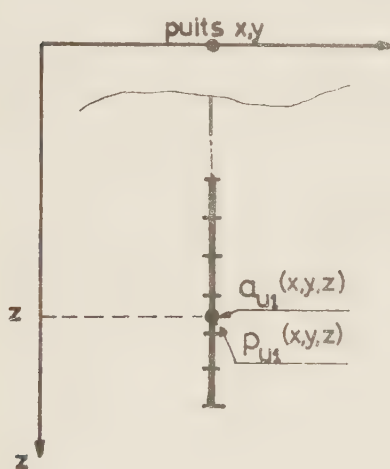
$$\gamma_1(h_x, h_y) = \bar{\gamma}(l_1, l_2) - \bar{\gamma}(l_1, l_1)$$

ou $\bar{\gamma}(l_1, l_2)$ désigne la valeur moyenne de $\gamma(\vec{MM}')$ lorsque M et M' décrivent indépendamment l'un de l'autre respectivement les ensembles l_1 et l_2 ; idem pour $\bar{\gamma}(l_1, l_1)$.

On retiendra que $Y_1(x, y)$ est une variable à 2 dimensions.

IV-2 - Dans la pratique

IV-2-a - Les données disponibles (analyses des tronçons de 50 cm) représentent les régularisées de V.R. ponctuelles $a(x, y, z)$ et $p(x, y, z)$ par les tronçons de longueur $u_1 = 50$ cm soit



$$a_{u1}(x, y, z) = \frac{1}{u_1} \int_{u_1} a(x, y, z+t) dt$$

$$p_{u1}(x, y, z) = \frac{1}{u_1} \int_{u_1} p(x, y, z+t) dt$$

La fonction de prélèvement q est ici égale à

$$q(x, y, z) = \frac{1}{u_1} \quad \forall z \in \left[-\frac{u_1}{2} + z, z + \frac{u_1}{2}\right] \text{ à } x \text{ et } y \text{ fixés}$$

$$q(x, y, z) = 0 \text{ ailleurs}$$

Ces données permettent de déterminer les variogrammes régularisés expérimentaux dans la direction verticale notés

$$2\gamma_{u1}^*(h_z) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{ [Y_{u1}(x, y, z_i + h_z) - Y_{u1}(x, y, z_i)]^2 \} \text{ avec } Y_{u1} \begin{cases} a_{u1} \\ p_{u1} \end{cases}$$

IV-2-b - On peut reconstituer assez simplement les valeurs des variables régularisées par des tronçons de longueur $u_2 = 100$ cm soit a_{u2} et p_{u2} .

Elles permettent d'obtenir de nouveaux variogrammes verticaux expérimentaux :

$$2\gamma_{u2}^*(h_z) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{ [Y_{u2}(x, y, z_i + h_z) - Y_{u2}(x, y, z_i)]^2 \}$$

IV-2-c- On a également reconstitué, par prise de moyenne sur la longueur du puits, les variables montées sous puissance 1, 1 étant la longueur moyenne des puits sur la zone de travail. L'approximation qui consiste à supposer la puissance de montée constante et égale à 1 est bien légitime puisque nous savons que la variabilité de cette puissance est faible. Cette hypothèse prendra tout son sens dans l'estimation locale.

Nous définissons, pour chaque puits, les variables suivantes :

$$a_1^*(x,y) = \frac{1}{N'} \sum_{i=1}^{N'} a_{u1}(x,y,z_i)$$

$$p_1^*(x,y) = \frac{1}{N'} \sum_{i=1}^{N'} p_{u1}(x,y,z_i)$$

qui sont des estimateurs de

$$a_1(x,y) = \frac{1}{L} \int_1 a(x,y,z) dz$$

et

$$p_1(x,y) = \frac{1}{L} \int_1 p(x,y,z) dz$$

Ces données permettent de construire les variogrammes expérimentaux de la montée d'ordre 1 sous puissance constante 1, dans le plan horizontal, qui sont notés

$$2 \gamma_1^*(h_x, h_y) = \frac{1}{N_i N_j} \sum_i^{N_i} \sum_j^{N_j} \{ [Y_1(x_i + h_x, y_j + h_y) - Y_1(x_i, y_j)]^2 \}$$

avec $Y_1 = \begin{cases} a_1^* \\ p_1^* \end{cases}$

IV-3 - Le but de cette analyse structurale est la détermination, pour chacune des 2 variables, du variogramme théorique ponctuel, soit :

$$2\gamma_a(h_x, h_y, h_z) = E\{[a(x+h_x, y+h_y, z+h_z) - a(x, y, z)]^2\} \text{ pour l'accumulation}$$

$$2\gamma_p(h_x, h_y, h_z) = E\{[p(x+h_x, y+h_y, z+h_z) - p(x, y, z)]^2\} \text{ pour le pourcentage}$$

Les données disponibles et par suite la nature des variogrammes expérimentaux construits imposent le plan suivant pour l'étude structurale :

*Etudier les variogrammes expérimentaux
régularisés → étude verticale
montés → étude horizontale

afin de dégager les caractéristiques structurales majeures des régionalisations

- { présence et nombre de structures
- { ordre de grandeur des portées
- { nature et rapports des anisotropies
- { effet de pépite

*Choisir un modèle théorique tenant compte de ces caractéristiques

*Déterminer les expressions théoriques du modèle après régularisation et montée et les comparer à la réalité expérimentale

*Faire varier les paramètres inconnus du modèle et jouer avec les convolutions et les déconvolutions afin de réaliser les meilleurs ajustements.

La méthode indiquée est évidemment itérative. On a procédé par tâtonnements. Les valeurs des paramètres présentées ci-après sont celles correspondants aux ajustements définitifs.

V - ETUDE DES VARIOGRAMMES EXPERIMENTAUX

V-1- Etude verticale - Variogrammes régularisés (fig. 1-V-1 et 1-V-2)

*Construction des variogrammes

- Afin de diminuer l'effet de mur remarqué dans les études précédentes, on a supprimé dans le calcul des variogrammes, toutes les passes du mur dont le pourcentage (43-840 μ) était inférieur à 30 %. Ce critère de sélection a été appliqué systématiquement.

- Les variogrammes de la régularisation par u_1 ont été déterminés distinctement sur les zones K7 bis +L, M+N, O+P, Q+R, S+T ainsi que sur la croix. Les variogrammes présentant tous la même allure, à de faibles effets proportionnels près, on a calculé et retenu le variogramme moyen des zones M+N+O+P+Q+R+S+T.

- Les variogrammes de la régularisation par u_2 ont été déterminés sur l'ensemble M à T et sur la croix. Là encore, on a constaté le même comportement.

*Examen des variogrammes

Pour chacune des variables accumulation et pourcentage,

- quelle que soit la longueur de régularisation u_1 ou u_2
on note :

le comportement sphérique des variogrammes

la présence d'un effet de pépite net

la non stationnarité de la queue des variogrammes

(relique de l'effet de mur)

Cette dernière circonstance n'est pas trop préoccupante car la partie significative d'un variogramme construit sur un champ d'extension L ne dépasse pas $L/2$.

- Le palier et l'effet de pépite du variogramme régularisé par u_1 sont supérieurs à ceux du variogramme régularisé par u_2 . Résultat d'ailleurs intuitif car l'on sait que la variable régularisée par u_2 est moins dispersée que celle régularisée par u_1
- Par contre, les résultats sont inversés pour les portées.

Ces deux derniers résultats sont tout à fait en accord avec la théorie de la géostatistique.

*Ajustements des variogrammes

Pour chacune des variables étudiées, on a raccordé les variogrammes expérimentaux à des schémas sphériques avec effet de pépite

$$\left\{ \begin{array}{ll} \gamma_u(h_z) = C_{o,u} + C_u \left(\frac{3}{2} \frac{h_z^3}{a_u^3} - \frac{1}{2} \frac{h_z^3}{a_u^3} \right) & \text{pour } h_z \leq a_u \\ \gamma_u(h_z) = C_{o,u} + C_u & \text{pour } h_z > a_u \end{array} \right.$$

$C_{o,u}$ effet de pépite, C_u palier et a_u portée étant donnés dans le tableau (V-1,1)

	Régularisation par u1 = 50 cm			Régularisation par u2 = 100 cm		
	C _{o,u1}	C _{u1}	a _{u1}	C _{o,u2}	C _{u2}	a _{u2}
Accumulation a _u	14	24	2 m	8	20	25 m
Pourcentage p _u	14	31	2 m	8	28	25 m

Tableau (V-1,1) - Paramètres structuraux des variogrammes théoriques régularisés de l'accumulation et du pourcentage.

Les ajustements sont tracés sur les fig. I-V,1 et I-V,2.

V-2 - Etude horizontale - Variogrammes montés.

Il faut distinguer :

- l'étude horizontale effectuée sur l'ensemble des zones M à T à l'aide de la maille à 100 m qui permet de connaître uniquement les structures d'échelle supérieure à 100 m

- de l'étude horizontale effectuée sur la croix qui apporte, elle, l'indispensable connaissance des structures d'échelle inférieure à 100 m.

*Construction des variogrammes

Les variogrammes ont été construits, pour chaque variable, dans 4 directions à savoir les directions de maille et leurs bissectrices.

*Examen des variogrammes

a) Ensemble des zones M à T (fig. 1-V,3 et I-V,4)

- La puissance de montée 1, moyenne des puissances de puits, est égale à 4,25 m (variance $\sigma^2 = 0,71$)

- Pour chacune des variables montée, accumulation et pourcentage, les variogrammes se caractérisent par

- le même comportement sphérique avec effet de pépité net
- l'absence d'anisotropie directionnelle, tout au moins pour des distances inférieures à 600 m

- une portée de l'ordre de 300 m

Il est évidemment pas connu en dessous de 100 m

L'effet de pépite englobe à la fois les microstructures d'échelle très petite de l'ordre du mètre et les structures d'échelle comprise entre 10 et 100 m.

b) Croix de puits

- La puissance de montée 1, moyenne de puissance des puits de la croix, est égale à 4,36 m (variance $\sigma^2 = 0.08$). On peut donc comparer efficacement les variogrammes de la croix et ceux de l'ensemble des zones M à T. On les a reportés tous les deux sur les mêmes graphiques (fig. 1-V,5 et 1-V,6).

- Après avoir vérifié l'isotropie des variogrammes calculés dans les 2 directions perpendiculaires de la croix, on conserve les variogrammes moyens.

- Pour chacune des 2 variables montées, accumulation et pourcentage, les variogrammes présentent

une allure sphérique

un effet de pépite de microstructures (< 1 m)

une portée de l'ordre de 25 m

*Ajustements des variogrammes

Pour chacune des variables étudiées, les variogrammes montés ont été raccordés à une somme de 2 schémas sphériques avec effet de pépite.

Avec $h = \sqrt{h_x^2 + h_y^2}$

$$\gamma_1(h) = C_{0,1} + C_{1,1} \left(\frac{3}{2} \frac{h}{a_{1,1}} - \frac{1}{2} \frac{h^3}{a_{1,1}^3} \right) + C_{2,1} \left(\frac{3}{2} \frac{h}{a_{2,1}} - \frac{1}{2} \frac{h^3}{a_{2,1}^3} \right) \quad h \leq a_{1,1}$$

$$\gamma_1(h) = C_{0,1} + C_{1,1} + C_{2,1} \left(\frac{3}{2} \frac{h}{a_{2,1}} - \frac{1}{2} \frac{h^3}{a_{2,1}^3} \right) \quad a_{1,1} < h \leq a_{2,1}$$

$$\gamma_1(h) = C_{0,1} + C_{1,1} + C_{2,1} \quad h > a_{2,1}$$

les valeurs de $C_{0,1}$ effet de pépite

$C_{1,1}$ et $a_{1,1}$ palier et portée du 1er schéma sphérique

$C_{2,1}$ et $a_{2,1}$ palier et portée du 2ème schéma sphérique

figurent dans le tableau (V-2,1).

	Effet de pépite	1er schéma sphérique		2ème schéma sphérique	
	$C_{0,1}$	palier $C_{1,1}$	portée $a_{1,1}$	palier $C_{2,1}$	portée $a_{2,1}$
Accumulation montée a_1	2	4	25 m	16	300 m
Pourcentage monté p_1	2	5.50	25 m	17	300 m

Tableau (V-2,1) Paramètres structuraux des variogrammes théoriques montés de l'accumulation et du pourcentage.

Les ajustements sont tracés sur les fig. 1-V,5 et 1-V,6.

VI - MODELE STRUCTURAL

VI-1 - Caractères structuraux majeurs

La présence de 3 structures emboîtées*, d'échelles différentes, est la caractéristique structurale essentielle des V.R. régionalisées ponctuelles étudiées $a(x,y,z)$ et $p(x,y,z)$. Ce sont, par échelle croissante :

* des microstructures, d'échelle très petite (< 1 m), se traduisant par un effet de pépite au niveau des variogrammes. Sur les variogrammes, les effets de pépites sont différents car ces microstructures sont sensibles aux processus de régularisation et de montée.

Ces microstructures seront supposées isotropes.

* Une structure d'échelle intermédiaire, qu'on appellera lère structure, caractérisée par une anisotropie géométrique extrêmement forte. En effet, dans la direction verticale, sa portée est de l'ordre de 1,50 m tandis que dans la direction horizontale, elle est de l'ordre de 25 m.

*cf. Bibliographie [6]. Les structure gigognes de J. SERRA

Remarque

On sait que la montée conserve la portée d'un schéma sphérique, tandis que la régularisation de longueur l transforme une portée a en $a+l$. Les remarques précédentes découlent immédiatement de ces propriétés.

* Une structure à grande échelle que nous désignerons par 2ème structure. Sa portée est d'environ 300 m. et elle est isotrope dans l'espace horizontal.

Les caractères structuraux majeurs de nos régionalisations sont donc

l'allure sphérique des structures

l'isotropie ou l'anisotropie des structures

le type d'anisotropie rencontré et l'ordre de grandeur des différentes portées.

VI-2 - Choix du modèle

Pour chacune des 2 variables étudiées a et p , les remarques structurales précédentes nous permettent d'envisager le type de modèle ponctuel théorique suivant :

$$\gamma(h_x, h_y, h_z) = C_0 - C(h) + C_1 \gamma_1(a_1; h) + C_2 \gamma_2(a_2, h_x, h_y)$$

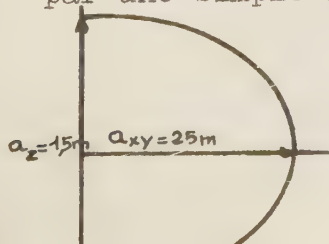
avec $h = \sqrt{h_x^2 + h_y^2 + h_z^2}$

$C_0 - C(h)$ Microstructures tridimensionnelles isotropes.

Il est inutile de se fixer un type de covariance pour $C(h)$ (d'ailleurs lequel et sur quels critères ?). Nous verrons que, pour les calculs futurs, il nous suffira de connaître

$$A = \int C(h) dh.$$

$C_1 \gamma_1(a_1; h)$ 1ère structure = schéma sphérique de portée $a_1 = 25$ m et de palier C_1 . Cette structure est tridimensionnelle et isotrope. L'anisotropie géométrique originelle a été réduite par une simple affinité sur les axes, de rapport $k = \frac{25}{1,5} = 16.66$.



En effet, la $\frac{1}{2}$ ellipse des portées initiale est dilatée dans la direction verticale en multipliant a_z par le rapport $k = \frac{a_{xy}}{a_z} = \frac{25}{1,5} = 16.666$. La

portée a_{xy} reste inchangée.

Donc $a_1 = \dots$ m

Ainsi, à calculer, multiplier toutes les distances verticales par k, on utilisera directement $C_1 \gamma_1(a_1;h)$ avec $h^2 = x^2 + y^2 + z^2$

$C_2 \gamma_2(a_2;h_1, h_y)$ 2ème schéma sphérique de portée a_2 palier C_2 . Cette structure est définie dans le plan (elle est donc à deux dimensions) et isotrope.

Les paramètres sont

$A = \int_0^h C(h)dh$, $a_2 = 300$ m, C_1 et C_2

Il reste à calculer C_1 et C_2 .

VI-3 - Détermination des paramètres inconnus

VI-3-a - Régularisation de $u_1' = ku_1 = 8.333$ m

modèle transformé par régularisation en

$$u_1' = \frac{A}{u_1} \quad (2, u_1')$$

avec $A = \int_0^h C(h)dh^*$

Puisque γ_2 ne dépend pas de la distance verticale, une régularisation dans cette direction est identiquement nulle.

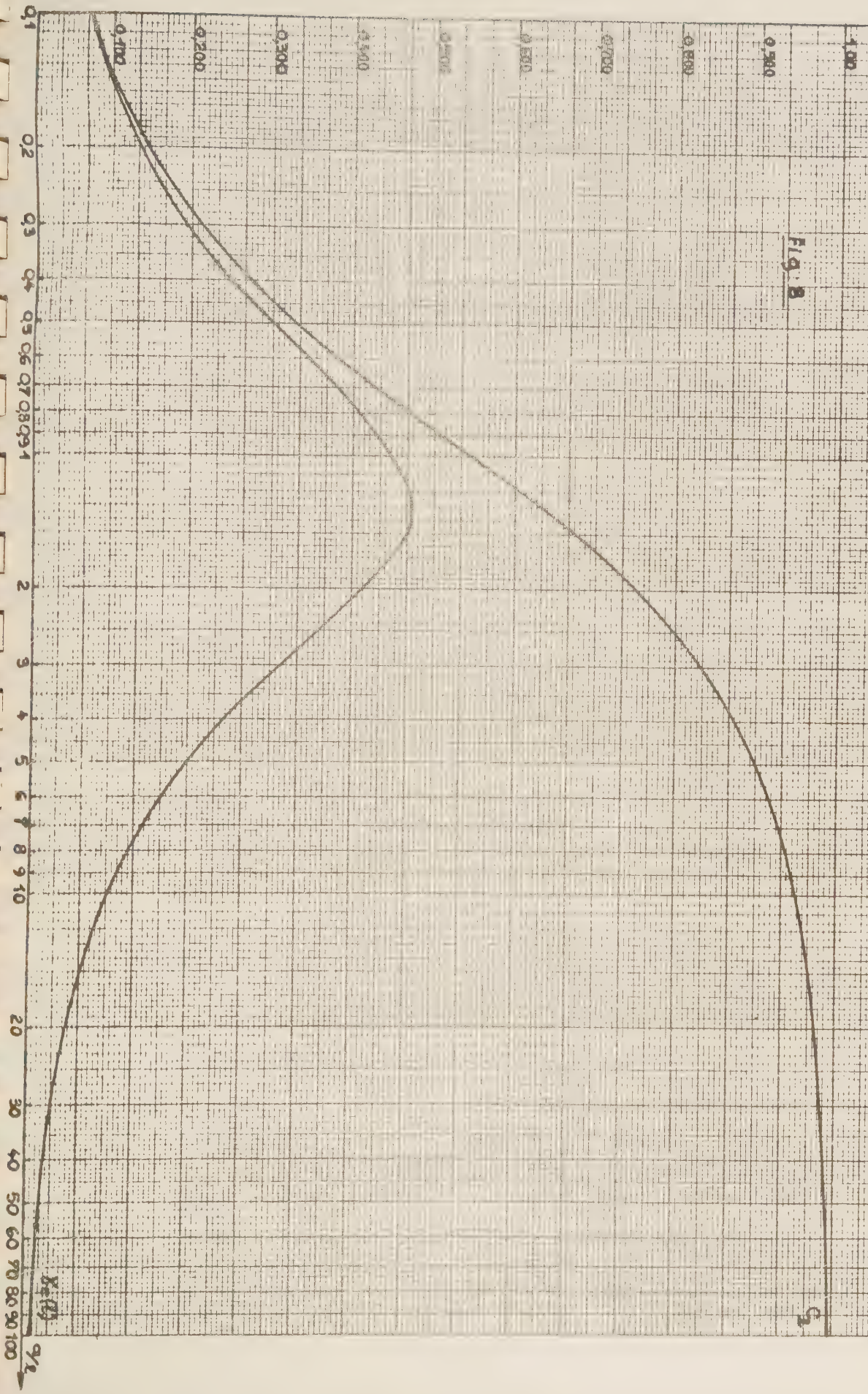
Donc γ_u

abaque (f. ...) le premier point et le palier du schéma sphérique de portée $a_2 = 1$, régularisé par des

* ... de pépite mo ... régularise en raison inverse de la longueur de montée ... rication. Cf. Bibliographie [5] pp. 77 à 81.

ABACUS DONNANT LE PREMIER POINT ET LE PAILLER DU SCHEMA SPHERIQUE (C-)
DE PORTEE (C) REGULARISE PAR DES TRONCONS DE CAROTTE DE LONGUEUR (L)

Fig. 8



tronçons de longueur l en fonction de a/l est alors utilisé puisqu'on connaît expérimentalement ces mêmes points soit

$\gamma_{u1}^*(u1)$ et $\gamma_{u1}^*(\infty)$. On obtient donc un système de 2 équations à 2 inconnues A et C_1 .

Il vient donc

* Pourcentage

$$h_z = u1 \quad \gamma_{u1}(u1) = \frac{A_p}{u1} + 0.313 C_1^p = 25.4$$

$$h_z = \infty \quad \gamma_{u1}(\infty) = \frac{A_p}{u1} + 0.83 C_1^p = 45$$

La résolution de ce système donne

$$\begin{cases} C_1^p = 38 \\ A_p = \int C_p(h) dh = 112,2 \end{cases}$$

Afin de vérifier si les valeurs A et C_1 sont plausibles, on régularise par des tronçons de longueur $u2 = k u1 = 16.66$ m et on compare le premier point et le palier, calculés théoriquement avec les valeurs A et C_1 précédentes, avec les valeurs expérimentales en ces mêmes points.

valeurs théoriques

$$\begin{cases} h_z = u2 & \gamma_{u2}(u2) = \frac{A_p}{u2} + 0.465 C_1^p = 24.42 \\ h_z = \infty & \gamma_{u2}(\infty) = \frac{A_p}{u2} + 0.676 C_1^p = 32.44 \end{cases}$$

valeurs expérimentales

$$\begin{cases} h_z = u2 & \gamma_{u2}^*(u2) = 23.90 \\ h_z = \infty & \gamma_{u2}^*(\infty) = 36 \end{cases}$$

La vérification est très satisfaisante.

* Accumulation

On procède comme ci-dessus

$$h_z = u1 \quad \gamma_{u1}(u1) = \frac{A_a}{u1} + 0.313 C_1^a = 22.8$$

$$h_z = \infty \quad \gamma_{u1}(\infty) = \frac{A_a}{u1} + 0.83 C_1^a = 38$$

La résolution du système donne $\left\{ \begin{array}{l} C_1^a = 29.4 \\ A_a = \int C_a(h) dh = 113.3 \end{array} \right.$

On vérifie à l'aide de la régularisation par tronçons de longueur $u_2^1 = k u_2 = 16.666$.

valeurs théoriques $\left\{ \begin{array}{l} h_z = u_2^1 \quad \gamma_{u_2^1}(u_2^1) = \frac{A_a}{u_2^1} + 0.465 \quad C_1^a = 20.47 \\ h_z = \infty \quad \gamma_{u_2^1}(\infty) = \frac{A_a}{u_2^1} + 0.676 \quad C_1^a = 26.67 \end{array} \right.$

valeurs expérimentales $\left\{ \begin{array}{l} h_z = u_2^1 \quad \gamma_{u_2^1}^*(u_2^1) = 19.36 \\ h_z = \infty \quad \gamma_{u_2^1}^*(\infty) = 28 \end{array} \right.$

La concordance des résultats est ici encore très satisfaisante.

Le modèle théorique adopté est l'utilisation des variogrammes régularisés expérimentaux nous a permis de déterminer 2 des 3 paramètres inconnus, à savoir A et C_1 .

VI-3-b - Montée sous puissance constante $l' = 4.25 * k = 70.833$ m.

Le modèle théorique se transforme par cette montée en

$$\gamma_{1,1'} = C_1 \gamma_{1,1} + C_2 \gamma_{2,1'}$$

On remarque que $\gamma_{2,1'} = \gamma_{2,1}$ En effet :



$$\gamma_{1,1'}(l_1, l_1') = \gamma_{2,1'}(l_1', l_1) \quad (\text{cf. p. 17})$$

Le variogramme γ_2 est à 2 dimensions (plan horizon-

$$\gamma_{2,1'}(l_1', l_1) = \gamma_2(l_1', l_1)$$

$$\gamma_{2,1'}(l_1', l_1) = \gamma_2(l_1', l_1)$$

Tout

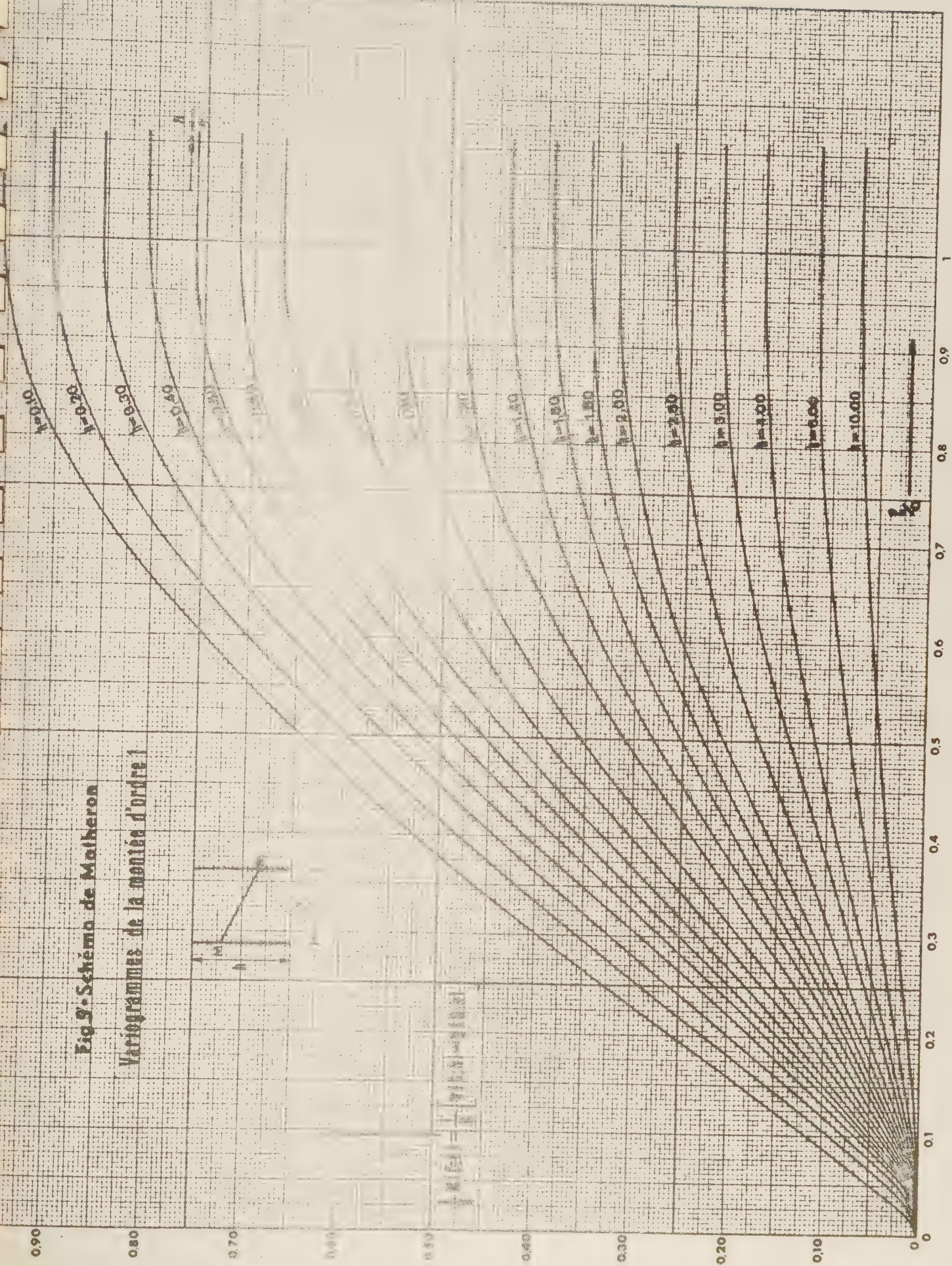
$$\gamma_{1,1'} = C_1 \gamma_{1,1} + C_2 \gamma_2$$

Fig. 9 - Schéma de Molheron

Variogrammes de la montée d'ordre 1



$$f(x) = \frac{1}{2} (1 + \cos \pi x)$$



ou

$$\gamma_{1,}(h') = \frac{A}{1'} + C_1 \gamma_{1,1,}(a_1;h') + C_2 \gamma_2(a_2,h')$$

avec $h' = \sqrt{h_x^2 + h_y^2}$

Disposant d'une abaque (fig. 9) donnant pour un schéma sphérique de portée a , de palier $C = 1$, les valeurs des variogrammes de la montée d'ordre 1 en fonction de l/a et h/a , il est possible de calculer les valeurs théoriques de $\gamma_{1,}$ en certains points connus expérimentalement, pour un C_2 donné.

On choisit la valeur de C_2 qui conduit au meilleur ajustement.

*Pourcentage

Avec $C_2^p = 13$ et pour $h' = 10, 25, 100$ m successivement, il vient

h'		valeurs théoriques	valeurs expérimentales
10 m	$\gamma_{1,}(10) = 1.59 + 38 \times 0.117 + 0.65 = 6.69$		5.97
25 m	$\gamma_{1,}(25) = 1.59 + 38 \times 0.24 + 1.62 = 12.33$		9.62
100 m	$\gamma_{1,}(100m) = 1.59 + 38 \times 0.24 + 6.25 = 16.97$		15.68

La concordance est très bonne.

*Accumulation

On a retenu la valeur $C_2^a = 13$. Pour les valeurs précédentes de h' , il vient

h'		valeurs théoriques	valeurs expérimentales
10 m	$\gamma_{1,}(10) = 1.60 + 29.4 \times 0.117 + 0.65 = 5.69$		5.35
25 m	$\gamma_{1,}(25) = 1.60 + 29.4 \times 0.24 + 1.62 = 10.28$		8.00
100 m	$\gamma_{1,}(100) = 1.60 + 29.4 \times 0.24 + 6.26 = 14.92$		13.70

Les ajustements réalisés sont très corrects.

Conclusion de l'étude structurale

Le modèle théorique tridimensionnel adopté est donc le suivant

$$\gamma(h, h') = C_0 + C_1 \gamma_1(a_1; h) + C_2 \gamma_2(a_2; h')$$

avec $h = \sqrt{h_x^2 + h_y^2 + k^2 h_z^2}$ et $h' = \sqrt{h_x^2 + h_y^2}$

Les valeurs des paramètres sont indiqués dans le tableau (1-VI)

	Paramètres ou effet de pépite	1ère structure		2ème structure	
		palier C_1	portée a_1	palier C_2	portée a_2
Accumulation $a(x, y, z)$	0,001	29.4	25 m	13	300 m
Pourcentage $p(x, y, z)$	0,001	38	25 m	13	300 m

Tableau (1-VI) Paramètres structuraux des variogrammes théoriques et réels de l'accumulation et du pourcentage.

Deux points sont essentiels

*Le modèle ci-dessus est le résultat d'une analyse structurale très fine de l'ensemble des zones K7bis à T. Il décrit "en moyenne" la régionalisation telle qu'elle se déploie dans le champ sus-indiqué (zone K7bis à T). Certains de ses paramètres seront conservés dans le contrôle de production d'une partie du gisement autre que celle étudiée dans ce rapport, tandis que d'autres devront être estimées à nouveau. Ainsi les paramètres qui ont une valeur globale sont :

le type et le rapport k d'anisotropie de la 1ère structure
les portées a_1 et a_2 des 1° et 2° structures.

Les paramètres qui ont une valeur locale sont :
les paliers C_1 et C_2 des 1° et 2° structures
l'effet de pépité par l'intermédiaire de $A = \int C(h)dh$.

Les paramètres à valeur globale peuvent être considérés comme des caractères descriptifs du gisement, liés à sa genèse, tandis que les paramètres à valeur locale expriment plutôt les particularités de chaque partie du gisement (les moyennes, les variabilités changent d'une zone à l'autre).

*Cette analyse structurale, et aussi la campagne de reconnaissance à petite maille (croix) que nous avons demandée sont extrêmement adaptées à l'objectif poursuivi :

La connaissance locale correcte de panneaux $25 \times 25 \times 0.5 \text{ m}^3$ n'aurait pas été possible sans une bonne connaissance des structures entre 0 et

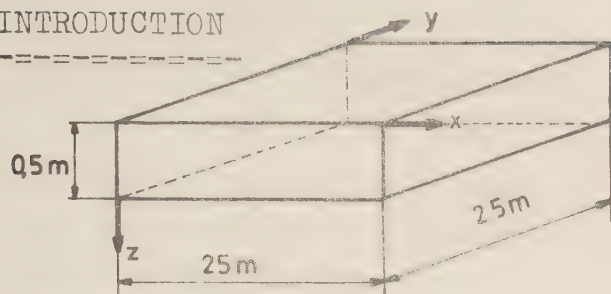
La géoséisme a permis de minimiser le volume d'informations complémentaires : La comparaison du coût de la croix réalisée et de celui d'une campagne de reconnaissance systématique à maille de 10 ou 25 m est très significative.

CHAPITRE 2 - KRIGEAGE

- I - INTRODUCTION
- II - PRESENTATION DU PLAN DE KRIGEAGE
- III - ECRITURES THEORIQUES DES SYSTEMES DE KRIGEAGE
- IV - RESULTATS

CONCLUSIONS

- INTRODUCTION



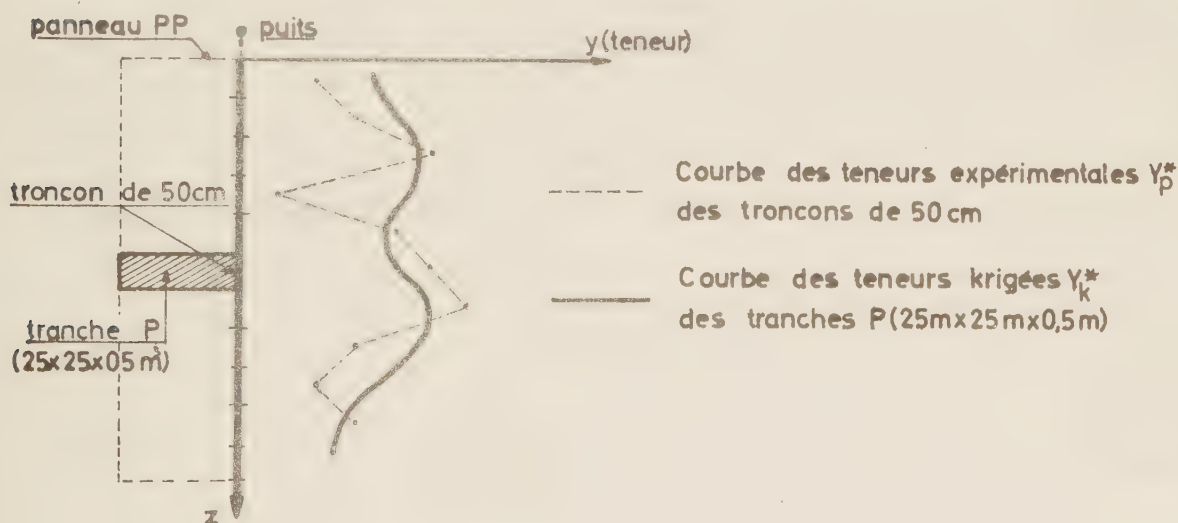
Unité minière élémentaire P

La production que l'on cherche à optimiser est constituée d'un ensemble d'unités minières élémentaires ou tranches P de dimension $25 \times 25 \times 0.5 \text{ m}^3$ parmi lesquels le procédé d'optimisation choisira ceux à exploiter

et ceux à rejeter.

Les caractéristiques utiles de ces tranches P, Y_P par exemple, sont des données de base du programme d'optimisation. Comme elles sont inconnues, il convient de les estimer "au mieux" en évitant les pièges classiques de la surestimation ou de la sous-estimation qui auraient pour conséquence un décalage important entre l'optimum calculé et les résultats effectifs de l'exploitation.

Considérons, en effet, l'évolution de notre variable (teneur, par exemple) sur la verticale d'un puits représentée par



les 2 courbes tracées ci-dessus :

La courbe expérimentale des teneurs des tranches de puits de section s. C'est la courbe des Y_p^ (p signifie ponctuel, car vis-à-vis de la section S' de la tranche P, la section s est quasi-ponctuelle). Cette courbe présente des pics et des creux, très accentués ; on dit qu'elle est très dispersée.

*La courbe krigée de teneurs de tranches P qui, elle, est plus régulière, on dit plus lissée.

C'est cette dernière courbe qui nous intéresse puisqu'elle est seule représentative de la tranche P qui est l'unité de sélection retenue (on exploitera des tranches P et non des tranches de puits de section s).

La différence entre ces 2 courbes réside dans la relation théorique de Krige qui illustre en termes de dispersion les notions de support : des échantillons de quelques kilogs sont plus dispersés que des panneaux de plusieurs tonnes. En effet, on a :

$$D^2(P/G) = D^2(O/G) - D^2(O/P)$$

$D^2(O/G)$ variance de dispersion d'une tranche de puits (noté O) dans le gisement G

$D^2(O/P)$ variance de dispersion d'une tranche de puits (noté O) dans le panneau P

$D^2(P/G)$ variance de dispersion d'une tranche P dans le gisement G.

Effectuer une sélection sur la courbe expérimentale des Y_p^* c'est commettre une erreur grave pouvant conduire à des biais importants.

Il importe donc de restituer la courbe krigée des Y_K^* .
L'estimateur de krigeage vérifie en effet :

$E[Y_P - Y_K^*] = 0$	c'est la <u>condition de non-biais</u> , la plus importante en fait
$D^2[Y_P - Y_K^*] = \sigma_K^2$	minimum, c'est la variance d'estimation minimum appelée variance de krigeage.

- PRESENTATION DU PLAN DE KRIGEAGE

Le plan de krigeage à réaliser est un plan de krigeage tridimensionnel.

II-1 - Variables krigées

Il faut kriger - la teneur pilote (43-840 μ)

- le pourcentage (43-840 μ) de l'unité minière P
(25 x 25 x 0.5 m³)

c'est-à-dire évaluer les intégrales

$$t_P = \frac{1}{P} \int_P t(x,y,z) dx dy dz \quad \text{teneur pilote}$$

et

$$p_P = \frac{1}{P} \int_P p(x,y,z) dx dy dz \quad \text{pourcentage}$$

Soit t_P^* et p_P^* les estimateurs de t_P et p_P .

* p_P est une variable additive. p_P^* sera l'estimateur de krigeage et la variance de krigeage sera $\sigma_{K,p}^2$.

* t_P n'est pas une variable additive et on n'a pas le droit de la kriger directement. On doit au préalable effectuer le

krigeage de $a_P = \frac{1}{P} \int_P a(x,y,z) dx dy dz$ avec $a(x,y,z) = p(x,y,z) \times t(x,y,z)$, accumulation moyenne (43-840 μ) dans P, qui est, elle, une variable additive. Soit a_P^* l'estimateur de krigeage de a_P , $\sigma_{K,a}^2$ la variance de krigeage.

On estime alors t_P par

$$t_P^* = \frac{a_P^*}{p_P^*}$$

c'est-à-dire le

rapport des deux krigeages précédents.

- cet estimateur est, théoriquement, légèrement biaisé puisque

$$E[t_P^*] = t_P [1 - \text{termes du 2ème ordre}]$$

Dans la pratique, on ne tient pas compte des termes du 2ème ordre. Le non-biais de l'estimateur t_P^* est alors vérifié au 1er ordre et cela suffit largement dans les applications minières.

- La variance d'estimation de t_P se calcule par la formule

$$\frac{D^2[t_P^* - t_P]}{t_P^2} = \frac{\sigma_{K,a}^2}{a_P^2} + \frac{\sigma_{K,p}^2}{p_P^2} - 2 \rho_{a_P, p_P} \times \frac{\sigma_{K,a} \times \sigma_{K,p}}{a_P \times p_P}$$

où ρ_{a_P, p_P} est le coefficient de corrélation classique entre a_P et p_P .

II-2 - Type de configuration adopté. Choix des pondérateurs

II-2-a - Information disponible

Ses caractéristiques essentielles ont été décrites dans l'étude structurale (paragraphe 1-II). On insistera sur le fait que la maille régulière carrée de 50 m, qui est la maille d'exploitation, est absolument impérative : comme on va le voir, elle conditionne pratiquement tout le krigeage.

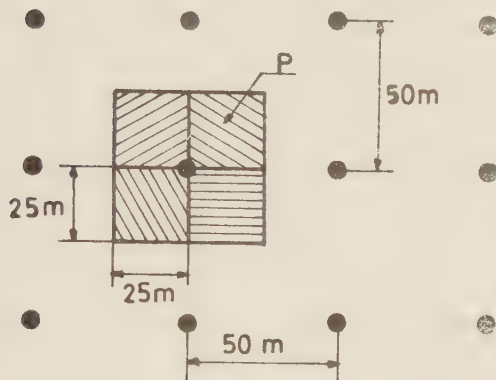


fig: 2-II-1

Le schéma ci-contre

(fig. 2-II-1) visualise dans le plan horizontal la géométrie relative tranche à estimer - information disponible. Chaque tranche P est donc informée par un sondage d'angle.

Remarque : on aurait pu adopter bien d'autres des positions : par exemple, centrer le maximum de tranches P sur les noeuds de la

maille et accepter que certaines ne soient pas informées. La disposition retenue

préserve l'homogénéité des krigeages (variances du même ordre de grandeur pour toutes les tranches)

présente une plus grande symétrie d'ensemble qui entraîne des simplifications précieuses dans les écritures de systèmes de krigeage et rend la programmation plus aisée et moins coûteuse.

II-2-b - Nous allons voir, sur un exemple précis, comment les caractéristiques structurales et en particulier la portée des 2 structures permettent de sélectionner parmi tous les puits disponibles, l'information à utiliser dans chacun de nos krigeages P et de choisir les pondérateurs à lui affecter (fig. 2-II-2)

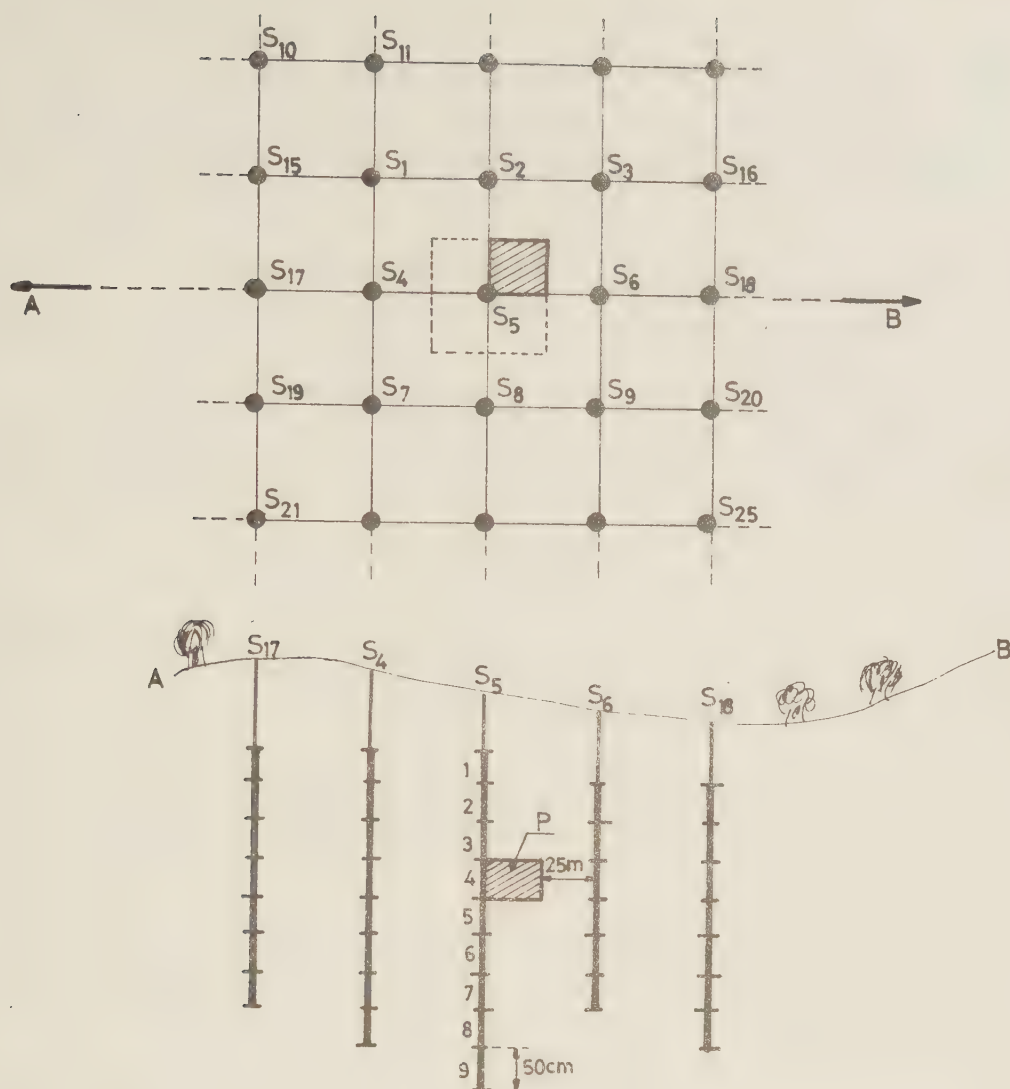


fig:2-II-2

La tranche P, la 4ème, $IZ = 4$, du sondage S_5 de $NP = 9$ passes peut être estimée, en toute généralité, à partir de $-S_5$, sondage d'angle informant,

- de NS sondages $S_i (i=1, \dots)$ appartenant à la 1ère auréole (S_1 à S_9 sauf S_5), la 2ème auréole (S_{10} à S_{25}) etc...

Les valeurs disponibles sont $Y_u^* = \frac{1}{u} \int_u Y(x, y, z+t) dt$ (Y variable étudiée, $u = 0.5$ m).

Chacune des passes de 50 cm de S_5 et des NS sondages intervient dans l'estimation

*Cependant la lère structure est la seule à pouvoir différencier chacune des passes (ou tronçon), c'est-à-dire leur attribuer un poids ou pondérateur différent, puisqu'elle est l'unique structure tridimensionnelle. (Hormis l'effet de pépité).

- Mais, dans notre exemple, seules les passes 1 à 7 incluses de S_5 peuvent avoir un poids différent puisque la portée verticale (cf. étude structurale) est de 1 m,50 (avant correction de l'anisotropie)

- le krigeage attribuera le même poids aux passes 8 et 9 de S_1 car situées au-delà de la portée verticale.

- le krigeage attribuera le même pondérateur à toutes les passes de S_i ($i = 1, \dots$) quelle que soit leur position vis-à-vis de P, puisque elles sont situées au-delà de la portée horizontale qui est 25 m.

Les sondages de type S_2 interviendront alors par leur moyenne

$$Y_1^* = \frac{1}{I} \int_1 Y(x,y,z) ds \quad \text{1 puissance de } S_2$$

*La 2ème structure différenciera chacun des S_1 selon leur position, dans l'espace horizontal, vis-à-vis de P.

En tenant compte des symétries de l'information disponible par rapport à P (le modèle théorique γ est isotrope)

- Sur la verticale de S_5 , les passes 3 et 5 auront le même poids, de même que 2 et 6, 1 et 7.

- Dans le plan horizontal, S_2 et S_6 auront le même poids de même que S_1 et S_9 , S_4 et S_8 par exemple.

II-2-c - Dans le cas général

*Tenant compte du fait que le nombre de pondérateurs du sondage d'angle informant S varie avec la puissance de S, et peut devenir très grand, on a décidé de conserver 3 pondérateurs au maximum.

le pondérateur α_1 à la passe informant la tranche P

le pondérateur α_2 à la moyenne des passes immédiatement adjacentes à P

le pondérateur α_3 à la moyenne de toutes les autres passes du sondage informant.

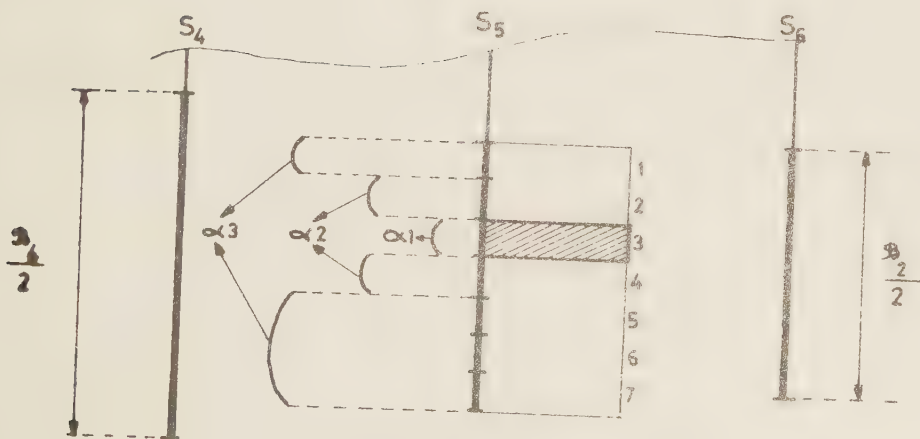
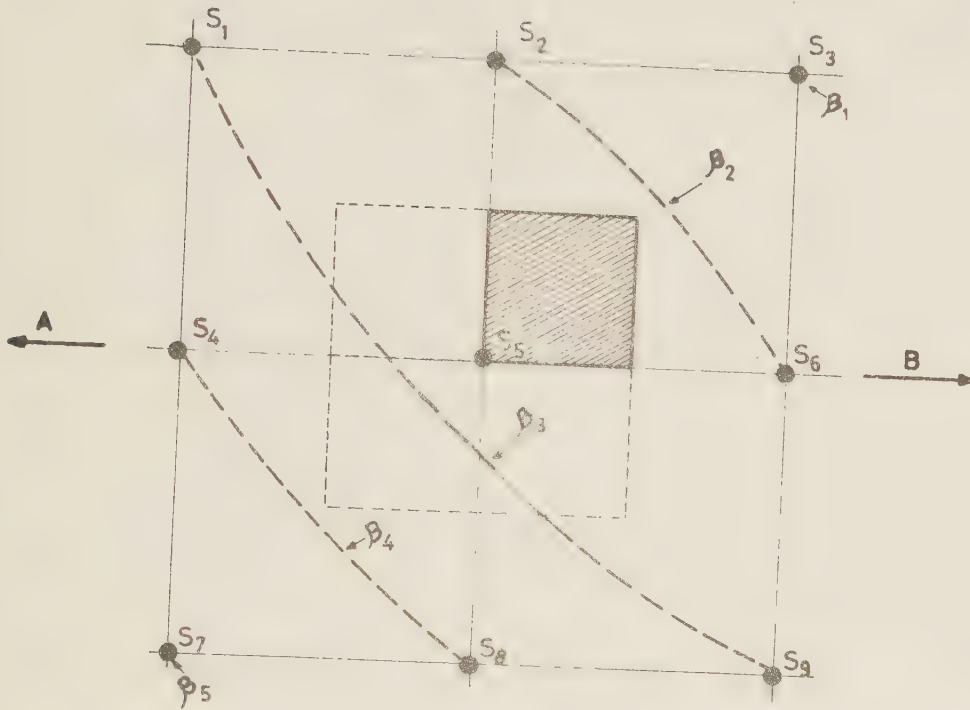
*On se limite, dans le plan horizontal, à la 1ère auréole de sondages

pour éviter les effets de bordure

pour éviter des complications de programmation inutiles

Les résultats justifient, comme on le verra, cette approximation.

La configuration type de krigeage est alors la suivante (fig. 2-II-3)



Coupe AB

- $\sum \beta = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \beta_5$ représente le poids de l'auréole
 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$ le poids du sondage d'angle informant.

- Les paramètres de cette configuration-type sont

<u>NS</u> = 8	l'auréole est complète
<u>NP</u>	nombre de passes du sondage d'angle informant
<u>IZ</u>	la position de la tranche P sur la verticale est repérée par IZ. IZ varie de 1 à NP, à partir du toit.

En fait les considérations de symétrie permettent de limiter IZ. Il est évident que, à NP fixé, les pondérateurs de krigeage de la tranche P, IZ = 1, sont les mêmes que ceux de la dernière, ceux de la 2ème les mêmes que ceux de l'avant dernière etc... On distingue 2 cas :

<u>NP est pair</u>	IZ prendra les valeurs 1 à NP/2
<u>NP est impair</u>	la tranche médiane ne doit pas être oubliée IZ variera de 1 à (NP+1)/2

II-3 - Différents types de configuration

La configuration ci-dessus est celle de la maille complète. Dans la pratique, cette maille présente des lacunes et le programme de krigeage mis au point par le C.H.M. envisage :

- le cas où le sondage d'angle informant P est absent
- la présence de lacunes dans l'auréole (NS = 0 à 7)

II-2-a' - La tranche P est informée. L'auréole est complète (NS = 8)

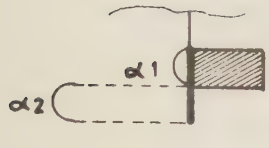
- Ce type a été représenté au II-2-b. C'est celui adopté pour la très grande majorité des krigeages.

- Le nombre de pondérateurs à calculer est au maximum égal à 8 : $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$. Selon NP, α_2 et α_3 pourront ne pas exister.

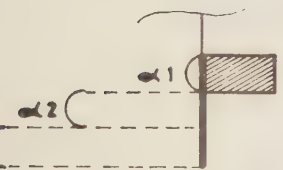
On distingue les cas suivants :



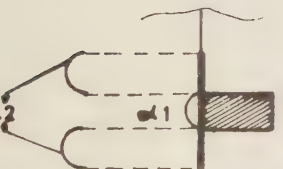
NP = 1 passe, soit 1 tranche P à kriger
 Pas de α_2 , ni de α_3 6 Pondérateurs à déterminer



NP = 2 passes NP est pair, donc un seul système de krigeage à résoudre $\Rightarrow$ IZ = 1
 Pas de α_3 7 Pondérateurs



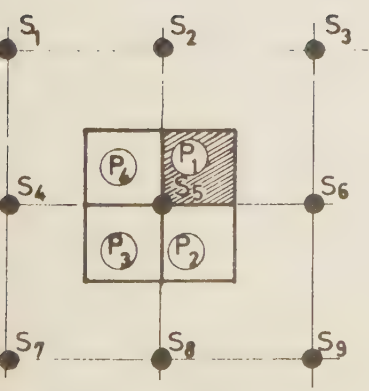
NP = 3 passes, NP est impair, 2 systèmes de krigeage à résoudre correspondants à IZ = 1
 et IZ = $\frac{NP+1}{2} = 2$



IZ = 1 8 Pondérateurs

IZ = 2 pas de α_3 7 Pondérateurs

NP > 3 passes 8 Pondérateurs



Un sondage informant détermine, à IZ fixé, 4 tranches P_1, P_2, P_3, P_4 à kriger. Or les sondages de l'auréole possèdent les mêmes symétries vis-à-vis de chacune des tranches : par exemple S_2 et S_6 sont symétriques par rapport à P_1 de la même manière que S_6 et S_8 par rapport à P_2 (fig. 2-II-4).

fig: 2II.4

à IZ fixé, il suffira donc de résoudre le système de krigeage de P_1 , puis de calculer les 4 krigeages de P_1, P_2, P_3, P_4 en affectant à chaque sondage le pondérateur adéquat

les 4 krigeages de P_1, P_2, P_3, P_4 sont différenciés

- Le système de krigeage s'écrit alors classiquement.

$$\begin{aligned} \sum_v \lambda_v &= 1 \\ \sum_v \lambda_v \bar{\gamma}(v, v') + \mu &= \bar{\gamma}(v', P) \\ \sigma_K^2 &= \text{variance de krigeage} = \sum_v \lambda_v \bar{\gamma}(v, P) + \mu - \bar{\gamma}(PP) \\ \text{L'estimateur de krigeage s'écrivant alors} \\ Y_P^* &= \sum_v \lambda_v Y_v^* \end{aligned}$$

Tableau (2-II-1)

avec μ paramètre de Lagrange

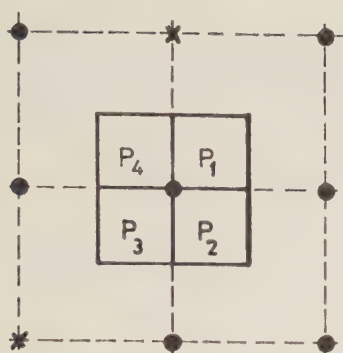
$$+ Y_v^* = Y_u^* \quad \text{et} \quad \lambda_v = \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$$

$$Y_v^* = Y_1^* \quad \text{et} \quad \lambda_v = \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$$

$\bar{\gamma}(v, v')$ et $\bar{\gamma}(v', P)$ sont des expressions particulières de $\bar{\gamma}(S, S')$ qui représente la valeur moyenne de variogramme ponctuel théorique $\gamma(M, M')$ lorsque M et M' décrivent, indépendamment l'un de l'autre, respectivement les ensembles S et S' . Les $\bar{\gamma}(v, v')$ et $\bar{\gamma}(v', P)$ seront clairement exprimés dans le paragraphe III.

La propriété essentielle d'un tel krigeage réside dans la géométrie relative rigoureusement définie de la tranche P à kriger et des puits de l'auréole. Pour cette raison, on l'appelle KRIGEAGE STRICT. C'est lui qui donnera les résultats les plus fins et les plus précis.

II-2-b - Tranche informée. Auréole incomplète ($1 < NS < 8$)



x Lacune
● Sondage effectif

fig:2-II-5

De telles configurations à lacunes se présentent assez souvent en pratique (fig. 2-II-5). Les paramètres caractéristiques sont les mêmes que précédemment, à part NS évidemment qui varie de 1 à 7.

On remarque cependant que les puits de l'auréole représentent une information extrêmement mouvante. Pour un puits manquant, à IZ fixé, on a 8 positions possibles de la lacune, soit en fait 8 configurations différentes et par suite 8 systèmes à résoudre. Les choses vont en se compliquant quand le nombre de lacunes augmente.

Il est théoriquement possible de faire du krigeage strict c'est-à-dire de différencier tous les cas qui se présentent en particulierisant chaque fois l'implantation des lacunes. On comprendra aisément que ceci ne pourrait se faire sans entraîner d'importantes complications dans le programme de calcul des pondérateurs.

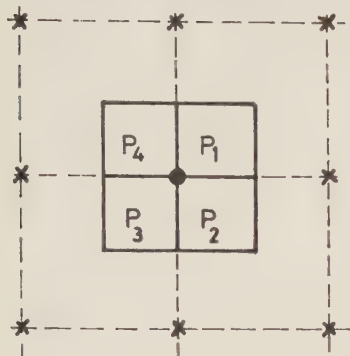
On a préféré simplifier le système de krigeage en ignorant la position véritable des lacunes et en ne tenant compte uniquement que de leur nombre : on abandonne le krigeage strict pour le krigeage semi-aléatoire au prix, certes, d'un petit sacrifice sur la précision qui pénalise la qualité plus mauvaise de l'information.

Le fait que le krigeage semi-aléatoire accorde à NS fixé le même poids à chacun des sondages de l'auréole entraîne deux conséquences importantes:

Les 4 tranches P₁, P₂, P₃, P₄ à IZ fixé ne présentent plus des krigeages différenciés (puisque justement on a supprimé l'élément différenciant à savoir les symétries tranche à kriger - sondages de l'auréole). Il suffira donc de kriger la tranche P₁.

Le nombre de pondérateurs à calculer est au maximum égal à 4 ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta$). Selon les mêmes particularités que précédemment, introduites par le nombre NP de passes, il peut varier de 2(α_1, β) à 4.

II-3-c - Tranche informée. Auréole lacunaire (NS = 0)



x Lacune
● Sondage effectif

fig:2-II-6

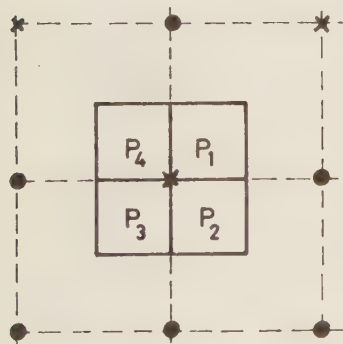
Une telle configuration lacunaire se présentera très, très rarement en pratique. On doit cependant l'examiner (fig. 2-II-6)

Si du point de vue géométrique, elle se présente comme une dégénérescence du cas II-3-b, sur le plan de l'écriture du système de krigeage, elle s'apparente au cas II-3-a.

En effet, seul le sondage informant intervient dans le krigeage, la géométrie tranche à estimer - information disponible est bien définie : on fera donc du krigeage strict.

Comme dans le cas II-3-b, les krigeages de P_1, P_2, P_3, P_4 à IZ fixé, ne peuvent être et ne seront pas différenciés. Il suffira de kriger P_1 .

II-3-d - Tranche non informée - Auréole complète ou incomplète



x Lacune
● Sondage effectif

fig:2-II-7

Ce cas se présentera autant de fois qu'il existe de lacunes dans la maille à 50 m (fig. 2-II-7). On remarque que la lère structure n'intervient pas dans l'estimation d'une quelconque des tranches autrement que par palier puisque toute l'information disponible est située au-delà de la lère portée $a_1 = 25$ m. A tranche P_1 fixée, mais pour des IZ différents, tout ce qui rendait le krigeage sélectif, à savoir le sondage d'angle informant, n'existe plus.

On a donc utilisé une méthode simple qui a le sens d'un krigeage aux grandes mailles. Elle sera détaillée un peu plus loin.

Les quatre tranches P_1 à P_4 auront, à IZ fixé, la même estimation.

II-3-e - Inventaire du nombre de configurations

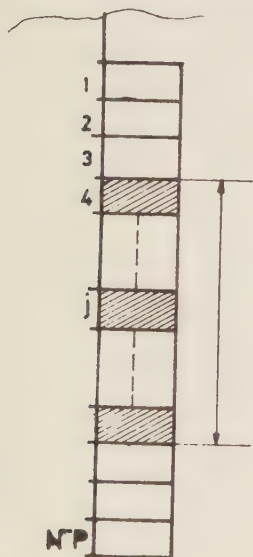
*NS peut prendre 9 valeurs différentes : de 0 à 8.

*Nous avons considéré tous les points de $NP = 1$ à $NP = 7$ passes. A NS fixé, le nombre de systèmes à résoudre est, en tenant

NP	IZ	Nombre de configurations
1	1	1
2	1	1
3	1,2	2
4	1,2	2
5	1,2,3	3
6	1,2,3	3
7	1,2,3,4	4

soit

16 Configurations



Nous avons en effet vérifié dans la pratique, que les tranches IZ > 4 d'un panneau à NP > 8 présentaient sensiblement les mêmes pondérateurs de krigeage que la tranche P définie par IZ = 4 et NP = 7 (toutes les tranches j de la fig. 2-II-8). On a ainsi déduit considérablement le nombre de configurations.

fig 2-II-8

*enfin pour chaque tranche P_i , c'est-à-dire à NS, NP, IZ fixés, nous devons kriger les 2 variables accumulation et pourcentage, soit IV = 1,2.

Le nombre de configurations à kriger est donc :
 $(NS = 9) \times (IV = 2) \times 16 = \underline{288 \text{ configurations}}$

II - ECRITURES THEORIQUES DES SYSTEMES DE KRIGEAGE

On se propose d'illustrer les différents types de krigeage utilisés en établissant leur matrice de krigeage : on calcule

les $\bar{\gamma}(v,v')$ et $\bar{\gamma}(v,P)$ de l'écriture symbolique (Tableau 2-II-1).

Auparavant, quelques brefs rappels :

le modèle théorique utilisé est (cf. étude structurale)

$$\gamma(h,h') = C_0 - C(h) + C_1 \gamma_1(a_1 ; h) + C_2 \gamma_2(a_2 ; h')$$

avec

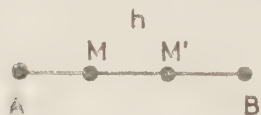
$$h = \sqrt{h_x^2 + h_y^2 + h_z^2} \quad \text{et} \quad h' = \sqrt{h_x^2 + h_y^2} \quad u' = ku = 8.333$$

$$A = \int C(h) dh \quad l' = kl = 70.833$$

$$k \text{ rapport d'anisotropie} = 16.666.$$

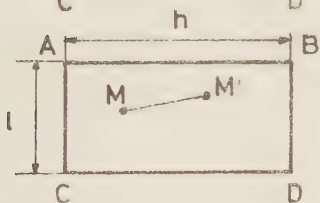
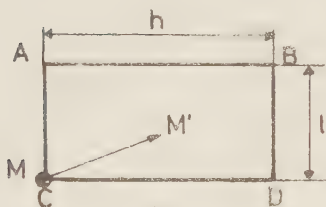
Les valeurs de A, C_1, a_1, C_2, a_2 , pour chaque variable, figurent dans le tableau (1-VI) page 31.

les fonctions auxiliaires* utilisées sont

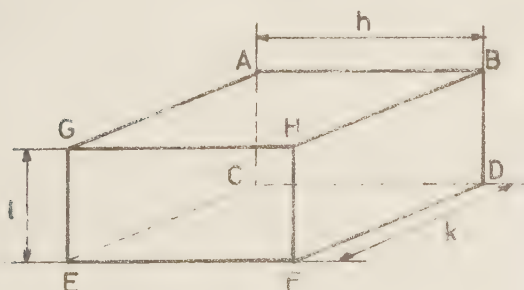


$$F(h) = \bar{\gamma}(AB, AB)$$

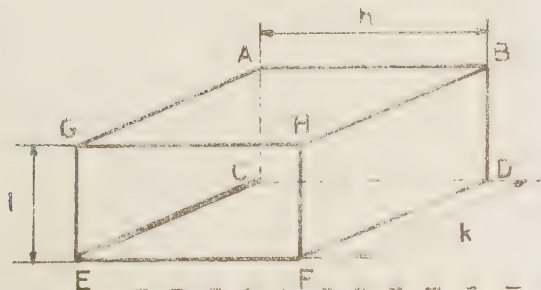
$$H(h,l) = \bar{\gamma}(C, ABCD)$$



$$F(h,l) = \bar{\gamma}(ABCD, ABCD)$$



$$F(h,l,k) = \bar{\gamma}(V,V) \quad V \text{ volume du parallélépipède}$$



$$H(h,l,k) = \bar{\gamma}(CE,V)$$

P désignera toujours une tranche P_1 .

III-1 - Krigeage strict

On se place dans le cas le plus général : auréole complète et sondage d'angle informant de NP passes (fig. 2-III-1)

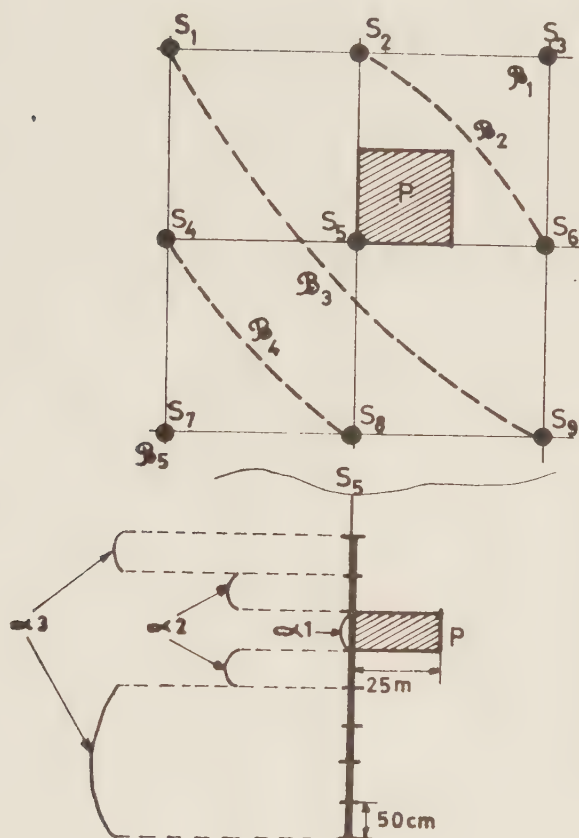


fig: 2-III-1

t_1, t_2, t_3 désignent les ensembles informants auxquels sont attribués les pondérateurs $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. t est donc l'ensemble des $t_i (i = 1, 2, 3)$
 S désigne l'ensemble des $S_i (i = I, V)$ avec :

$$S_I = S_1, S_{II} = S_2 + S_6, S_{III} = S_1 + S_3, S_{IV} = S_4 + S_8, S_V = S_7$$

$$\begin{aligned}
 & \alpha_1 \bar{Y}(t_1, t_1) + \alpha_2 \bar{Y}(t_1, t_2) + \alpha_3 \bar{Y}(t_1, t_3) + \beta_1 \bar{Y}(t_1, S_I) + \beta_2 \bar{Y}(t_1, S_{II}) + \beta_3 \bar{Y}(t_1, S_{III}) + \beta_4 \bar{Y}(t_1, S_{IV}) + \beta_5 \bar{Y}(t_1, S_V) + \mu = \bar{Y}(t_1, P) \\
 & \alpha_1 \bar{Y}(t_2, t_1) + \alpha_2 \bar{Y}(t_2, t_2) + \alpha_3 \bar{Y}(t_2, t_3) + \beta_1 \bar{Y}(t_2, S_I) + \beta_2 \bar{Y}(t_2, S_{II}) + \beta_3 \bar{Y}(t_2, S_{III}) + \beta_4 \bar{Y}(t_2, S_{IV}) + \beta_5 \bar{Y}(t_2, S_V) + \mu = \bar{Y}(t_2, P) \\
 & \alpha_1 \bar{Y}(t_3, t_1) + \alpha_2 \bar{Y}(t_3, t_2) + \alpha_3 \bar{Y}(t_3, t_3) + \beta_1 \bar{Y}(t_3, S_I) + \beta_2 \bar{Y}(t_3, S_{II}) + \beta_3 \bar{Y}(t_3, S_{III}) + \beta_4 \bar{Y}(t_3, S_{IV}) + \beta_5 \bar{Y}(t_3, S_V) + \mu = \bar{Y}(t_3, P) \\
 & \alpha_1 \bar{Y}(S_I, t_1) + \alpha_2 \bar{Y}(S_I, t_2) + \alpha_3 \bar{Y}(S_I, t_3) + \beta_1 \bar{Y}(S_I, S_I) + \beta_2 \bar{Y}(S_I, S_{II}) + \beta_3 \bar{Y}(S_I, S_{III}) + \beta_4 \bar{Y}(S_I, S_{IV}) + \beta_5 \bar{Y}(S_I, S_V) + \mu = \bar{Y}(S_I, P) \\
 & \alpha_1 \bar{Y}(S_{II}, t_1) + \alpha_2 \bar{Y}(S_{II}, t_2) + \alpha_3 \bar{Y}(S_{II}, t_3) + \beta_1 \bar{Y}(S_{II}, S_I) + \beta_2 \bar{Y}(S_{II}, S_{II}) + \beta_3 \bar{Y}(S_{II}, S_{III}) + \beta_4 \bar{Y}(S_{II}, S_{IV}) + \beta_5 \bar{Y}(S_{II}, S_V) + \mu = \bar{Y}(S_{II}, P) \\
 & \alpha_1 \bar{Y}(S_{III}, t_1) + \alpha_2 \bar{Y}(S_{III}, t_2) + \alpha_3 \bar{Y}(S_{III}, t_3) + \beta_1 \bar{Y}(S_{III}, S_I) + \beta_2 \bar{Y}(S_{III}, S_{II}) + \beta_3 \bar{Y}(S_{III}, S_{III}) + \beta_4 \bar{Y}(S_{III}, S_{IV}) + \beta_5 \bar{Y}(S_{III}, S_V) + \mu = \bar{Y}(S_{III}, P) \\
 & \alpha_1 \bar{Y}(S_{IV}, t_1) + \alpha_2 \bar{Y}(S_{IV}, t_2) + \alpha_3 \bar{Y}(S_{IV}, t_3) + \beta_1 \bar{Y}(S_{IV}, S_I) + \beta_2 \bar{Y}(S_{IV}, S_{II}) + \beta_3 \bar{Y}(S_{IV}, S_{III}) + \beta_4 \bar{Y}(S_{IV}, S_{IV}) + \beta_5 \bar{Y}(S_{IV}, S_V) + \mu = \bar{Y}(S_{IV}, P) \\
 & \alpha_1 \bar{Y}(S_V, t_1) + \alpha_2 \bar{Y}(S_V, t_2) + \alpha_3 \bar{Y}(S_V, t_3) + \beta_1 \bar{Y}(S_V, S_I) + \beta_2 \bar{Y}(S_V, S_{II}) + \beta_3 \bar{Y}(S_V, S_{III}) + \beta_4 \bar{Y}(S_V, S_{IV}) + \beta_5 \bar{Y}(S_V, S_V) + \mu = \bar{Y}(S_V, P)
 \end{aligned}$$

La variance de krigeage est égale à :

$$\sigma_K^2 = \{ \alpha_1 \bar{Y}(t_1, P) + \alpha_2 \bar{Y}(t_2, P) + \alpha_3 \bar{Y}(t_3, P) + \beta_1 \bar{Y}(S_I, P) + \beta_2 \bar{Y}(S_{II}, P) + \beta_3 \bar{Y}(S_{III}, P) + \beta_4 \bar{Y}(S_{IV}, P) + \beta_5 \bar{Y}(S_V, P) \} + \mu - \bar{Y}(P, P)$$

Calcul des $\bar{\gamma}(t_i, t_j)$

$$\bar{\gamma}(t_1, t_1) = C_0 - A/u' + C_1 \times F_1(u')$$

$$\bar{\gamma}(t_2, t_2) = \begin{cases} C_0 - A/2u' + C_1 \times [\gamma_{1,u'}(2u')/2 + F_1(u')] & \text{si } t_2=2 \text{ passes} \\ \bar{\gamma}(t_1, t_1) & \text{si } t_2=1 \text{ passe} \end{cases}$$

$$\bar{\gamma}(t_1, t_3) = C_0 - A/H_{13}/u' + C_1 \times \left\{ \sum_1^{H_{13}} \gamma_{1,u'}(z_3 - z_3') + F_1(u') \right\}$$

$$\bar{\gamma}(t_1, t_1) = \bar{\gamma}(t_1, t_1) = C_0 + C_1 \times \{ F_1(u') - F_1(u') \}$$

$$\bar{\gamma}(t_1, t_3) = \bar{\gamma}(t_1, t_1) + C_0 + C_1 \times \left\{ \sum_1^{H_{13}} \gamma_{1,u'}(z_1 - z_3) [F_1 + F_1(u')] \right\}$$

$$\bar{\gamma}(t_2, t_3) = \bar{\gamma}(t_3, t_1) = C_0 + C_1 \times \left\{ \sum_1^{H_{13}} \gamma_{1,u'}(z_1 - z_3)/H_{13} + F_1(u') \right\}$$

avec $\begin{cases} z_1 & \text{cote de } t_1 \\ z_2 & \text{cote d'une passe de } t_2 \\ z_3 \text{ ou } z_3' & \text{cote d'une passe de } t_3 \end{cases}$

et H_{13} nombre de couples $z_1 z_3$ (égal au nombre de passes de t_3)

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{23} \text{ nombre de couples } z_2 z_3 : z_2 \text{ et } z_3 \text{ décrivent indépendamment} \\ \text{l'un de l'autre respectivement} \\ t_2 \text{ et } t_3 \end{array} \right.$$

H_{33} nombre de couples $z_3 z_3'$, z_3 et z_3' décrivent indépendamment l'un de l'autre t_3

Calcul des $\bar{\gamma}(t_i, P)$

$$\bar{\gamma}(t_1, P) = C_0 - A/V_P + C_1 \times H_1(25, 25, u') + C_2 \times H_2(25, 25), V_P \text{ volume de}$$

$$\bar{\gamma}(t_2, P) = C_0 + C_1 \times [\text{combinaison linéaire de fonctions } H_1] + C_2 \times H_2(25, 25)$$

$$\bar{\gamma}(t_3, P) = C_0 + C_1 \times [\text{autre combinaison linéaire de } H_1] + C_2 \times H_2(25, 25)$$

Calcul de $\bar{\gamma}(t_i, t_j)$

pour $S_I = S_{II}, S_{III}, S_V$

$$\bar{\gamma}(t_i, S_i) = C_0 + C_1 + C_2 \times \gamma_2(50\sqrt{2}) \quad \underline{\forall t_i}$$

pour $S_I = S_{III}, S_{IV}$

$$\bar{\gamma}(t_i, S_i) = C_0 + C_1 + C_2 \times \gamma_2(50) \quad \underline{\forall t_i}$$

Calcul de $\bar{\gamma}(S_i, S_j)$

$$\bar{\gamma}(S_I, S_I) = C_0 - A/1' + C_1 \times F_1(1')$$

$$\bar{\gamma}(S_{II}, S_{II}) = C_0 - A/2/1' + C_1 \times \{F_1(1') + 1\}/2 + C_2 \times \gamma_2(50\sqrt{2})/2$$

$$\bar{\gamma}(S_{III}, S_{III}) = C_0 - A/3/1' + C_1 \times \{F_1(1') + 1\}/2 + C_2 \times \gamma_2(100\sqrt{2})/2$$

$$\bar{\gamma}(S_{IV}, S_{IV}) = \bar{\gamma}(S_{II}, S_{II})$$

pour raison évidente de symétrie

$$\bar{\gamma}(S_I, S_I) = \bar{\gamma}(S_I, S_I)$$

Calcul de $\bar{\gamma}(S_i, S_j) \quad i \neq j$

$$\bar{\gamma}(S_I, S_{II}) = \bar{\gamma}(S_{II}, S_I) = \bar{\gamma}(S_V, S_{IV}) = \bar{\gamma}(S_{IV}, S_V) = C_0 + C_1 + C_2 \times \gamma_2(50) \quad (50)$$

$$\bar{\gamma}(S_I, S_{III}) = \bar{\gamma}(S_{III}, S_I) = \bar{\gamma}(S_V, S_{III}) = \bar{\gamma}(S_{III}, S_V) = C_0 + C_1 + C_2 \times \gamma_2(100)$$

$$\bar{\gamma}(S_I, S_{IV}) = \bar{\gamma}(S_{IV}, S_I) = \bar{\gamma}(S_V, S_{IV}) = \bar{\gamma}(S_{IV}, S_V) = C_0 + C_1 + C_2 \times \gamma_2(\sqrt{50^2 + 100^2})$$

$$\bar{\gamma}(S_I, S_V) = \bar{\gamma}(S_V, S_I) = C_0 + C_1 + C_2 \times \gamma_2(100\sqrt{2})$$

$$\bar{\gamma}(S_{II}, S_{III}) = \bar{\gamma}(S_{III}, S_{II}) = \bar{\gamma}(S_{IV}, S_{III}) = \bar{\gamma}(S_{III}, S_{IV}) = C_0 + C_1 + C_2 \times \{\gamma_2(50) + \gamma_2(\sqrt{50^2 + 100^2})\}/2$$

$$\bar{\gamma}(S_{II}, S_{IV}) = \bar{\gamma}(S_{IV}, S_{II}) = C_0 + C_1 + C_2 \times \{\gamma_2(100) + \gamma_2(50\sqrt{2})\}/2$$

$$\bar{\gamma}(S_{II}, S_V) = \bar{\gamma}(S_V, S_{II}) = \bar{\gamma}(S_{IV}, S_I) = \bar{\gamma}(S_I, S_{IV}) = C_0 + C_1 + C_2 \times \gamma_2(\sqrt{50^2 + 100^2})$$

Calcul de $\bar{\gamma}(S_i, P)$

$$\bar{\gamma}(S_I, P) = C_0 + C_1 + C_2 \times \{4 H_2(50, 50) - 4 H_2(50, 25) + H_2(25, 25)\}$$

$$\bar{\gamma}(S_{II}, P) = C_0 + C_1 + C_2 \times \{2 H_2(50, 25) - H_2(25, 25)\}$$

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}(S_{III}, P) = C_0 + C_1 + C_2 \times \{ & 6 H_2(50, 75) + 2 H_2(25, 50) - 4 H_2(50, 50) \\ & - 3 H_2(25, 75) \} \end{aligned}$$

$$\bar{\gamma}(S_{IV}, P) = C_0 + C_1 + C_2 \times \{3 H_2(75, 25) - 2 H_2(50, 25)\}$$

$$\bar{\gamma}(S_V, P) = C_0 + C_1 + C_2 \times \{9 H_2(75, 75) - 12 H_2(75, 50) + 4 H_2(50, 50)\}$$

Calcul de $\bar{\gamma}(P, P)$

$$\bar{\gamma}(P, P) = C_0 - A/V_P + C_1 \times F_1(25, 25, u') + C_2 \times F_2(25, 25)$$

* C_0 disparaît dans l'écriture du système : il n'était donc pas nécessaire de le connaître. L'effet de pépité intervient dans le krigeage par $A = \int C(h)dh$.

*Les $\bar{\gamma}$ moyens précédemment calculés dépendent finalement de A , C_1 , C_2 .

*Ces $\bar{\gamma}$ moyens ont été calculés, dans le cas de systèmes simples, de trois manières différentes

- en utilisant les abaques des fonctions F et H
- en utilisant le seul variogramme régularisé et non le variogramme ponctuel
- par intégrations numériques.

On note la parfaite concordance de tous les résultats.

Le programme opérationnel de calcul des pondérateurs utilise la méthode de l'intégration numérique car elle présente l'énorme avantage de l'homogénéité de la précision des calculs des $\bar{\gamma}$.

III-2 - Krigeage semi-aléatoire

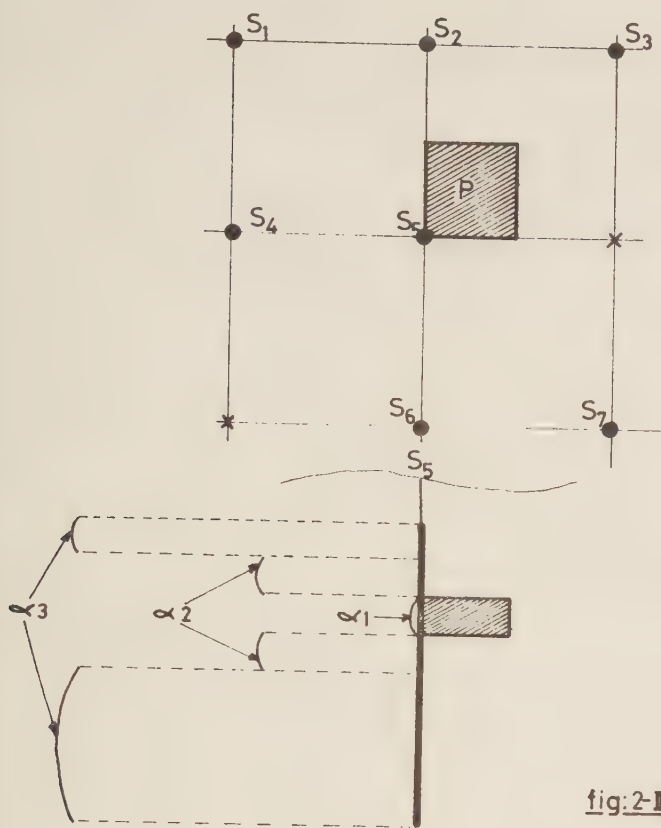


fig:2-III-2

Soit S l'ensemble des NS ($1 < NS < 8$) sondages S_i ($i=1, NS$) de l'auréole dont le poids total est β (fig. 2-III-2).

Remarque : l'indice i de S_i n'a pas le même sens qu'au paragraphe précédent (III-1).

Le système de krigeage s'écrit :

$$\alpha_1 \bar{\gamma}(t_1, t_1) + \alpha_2 \bar{\gamma}(t_1, t_2) + \alpha_3 \bar{\gamma}(t_1, t_3) + \beta \bar{\gamma}(t_1, S) + \mu = \bar{\gamma}(t_1, P)$$

$$\alpha_1 \bar{\gamma}(t_2, t_1) + \alpha_2 \bar{\gamma}(t_2, t_2) + \alpha_3 \bar{\gamma}(t_2, t_3) + \beta \bar{\gamma}(t_2, S) + \mu = \bar{\gamma}(t_2, P)$$

$$\alpha_1 \bar{\gamma}(t_3, t_1) + \alpha_2 \bar{\gamma}(t_3, t_2) + \alpha_3 \bar{\gamma}(t_3, t_3) + \beta \bar{\gamma}(t_3, S) + \mu = \bar{\gamma}(t_3, P)$$

$$\alpha_1 \bar{\gamma}(S, t_1) + \alpha_2 \bar{\gamma}(S, t_2) + \alpha_3 \bar{\gamma}(S, t_3) + \beta \bar{\gamma}(S, S) + \mu = \bar{\gamma}(S, P)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \beta = 1$$

La variance de krigeage étant égale à

$$\sigma_K^2 = \{(\alpha_1 \bar{\gamma}(t_1, P) + \alpha_2 \bar{\gamma}(t_2, P) + \alpha_3 \bar{\gamma}(t_3, P) + \beta \bar{\gamma}(S, P)) + \mu - \bar{\gamma}(P, P)\}$$

les $\bar{\gamma}(t_i, t_j)$, $\bar{\gamma}(t_i, P)$, $\bar{\gamma}(P, P)$ sont les mêmes que ceux calculés dans le paragraphe précédent (III-1).

Calcul de $\bar{\gamma}(t_i, S)$

Quel que soit le nombre de sondages présents sur l'auréole, $\bar{\gamma}(t_i, S)$ sera égal à la moyenne des variogrammes entre l'ensemble t_i et les 8 positions possibles des sondages sur l'auréole.

$\bar{\gamma}(t_i, S)$ est donc égal à la moyenne des $\bar{\gamma}(t_i, S_i)$ du krigeage strict et est indépendant de NS.

Calcul de $\bar{\gamma}(S, P)$

$$\bar{\gamma}(S, P) = \sum_{i=1}^{i=8} \bar{\gamma}(S_i, P) / 8$$

$\bar{\gamma}(S, P)$ est donc aussi indépendant de NS.

Calcul de $\bar{\gamma}(S, S)$

C'est ce terme qui fait l'originalité du krigeage semi-aléatoire : il dépend de NS, nombre de sondages présents sur l'auréole.

En effet :

Les sondages en nombre $1 \leq NS \leq 8$ peuvent prendre n'importe quelle position parmi les 8 indiqués ci-contre. fig(2-III-3).

$$\bar{\gamma}(S, S) = \frac{NS-1}{NS} \bar{\gamma}$$

$$\text{avec } \bar{\gamma} = \sum_{j=1}^{j=8} \left\{ \frac{1}{7} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{i=8} \gamma(S_i, S_j) \right\} / 8$$

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &= \frac{1}{56} \sum_{j=1}^{j=8} \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^{i=8} \gamma(S_i, S_j) = \frac{8}{7} \times \frac{1}{64} \sum_{j=1}^{j=8} \sum_{i=1}^{i=8} \gamma(S_i, S_j) \\ &= \frac{8}{7} \times \bar{\gamma}_0 \end{aligned}$$

avec $\bar{\gamma}_0$, valeur moyenne de γ ponctuel lorsque S_i et S_j décrivent indépendamment l'un de l'autre les 8 positions de l'auréole.

$$\boxed{\bar{\gamma}(S, S) = \frac{NS-1}{NS} \times \frac{8}{7} \times \bar{\gamma}_0}$$

Remarque

Quand $NS = 8$ (auréole complète), on retrouve bien $\bar{\gamma}(S,S) = \bar{\gamma}_0$ avec

$$\bar{\gamma}(S,S) = \frac{NS-1}{NS} \times \frac{8}{7} \times \{7 C_1/8 + C_2 \times \sum_{j=1}^{j=8} \sum_{i=1}^{i=8} \gamma_2(S_i, S_j)/64\} \\ + C_0 + \{C_1 \times F_1(1') - A/1'\}/NS$$

III-3 - Approximations des Grandes Mailles

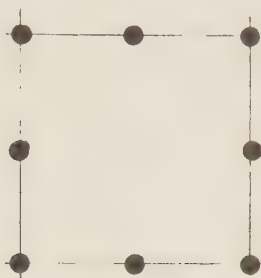


fig 2-III-3

Le sondage d'angle n'existe pas.

La puissance minéralisée est inconnue de même que le nombre de tranches P.

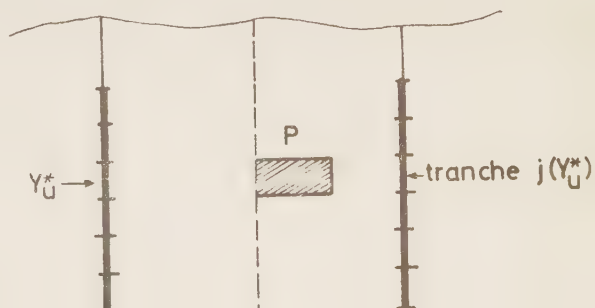
(fig. 2-III-3)

*la moyenne arithmétique des cotes des toits et murs des sondages de l'auréole fournit les cotes du toit et mur de la couche phosphatée à l'aplomb de T et par suite la puissance minéralisée et le nombre des tranches P.

Comme toute l'information disponible se situe au-delà de la portée a_1 de la lère structure, donc à l'extérieur de la tranche P à kriger, on a déterminé les caractéristiques Y_P de P par la moyenne arithmétique des informations Y_u^ des tranches j situées à la même cote que P. Ce procédé a parfaitement le sens du krigeage aux Grandes Mailles qui attribue le même poids λ aux échantillons intérieurs à l'unité à kriger et le même poids λ' à tous les échantillons extérieurs.

$$Y_P^* = \sum_{i=1}^{NS} Y_u^*(z_i)$$

*On s'est abstenu de donner une variance d'estimation qui serait dépourvue de signification.



IV - RESULTATS

IV-1 - Pondérateurs de krigeage

Le programme P-TOGO a fourni les pondérateurs pour 288 systèmes de krigeage différents.

On rappelle que NS représente le nombre de sondages présents dans l'auréole

NP représente le nombre de passes du sondage d'angle informant

IZ représente le numéro de la tranche P que l'on krige. IZ est incrementé à partir du toit.

C'est toujours la configuration P = P1 qui a été donnée en exemple.

Les résultats sont indiqués dans les tableaux 1 à 16 (cf. Annexe).

Dans les tableaux 1 à 14, figurent, pour les 7 puissances retenue (NP = 7 au maximum) et les 2 variables intéressantes, les valeurs des pondérateurs α_1 , α_2 , α_3 et $\sum \beta$ ou β selon le cas, pour les 9 auréoles possibles (NS = 0 à NS = 8).

Les Tableaux 15 et 16 détaillent, pour chaque variable, la valeur des ρ_i ($i = 1, 5$) de la configuration complète (NS = 8) en fonction des valeurs de NP et IZ.

Dégageons, pour l'essentiel sous forme graphique, la quintessence de ces tableaux.

IV-1-1 - Pondérateurs β_i fig. (2-IV-1)

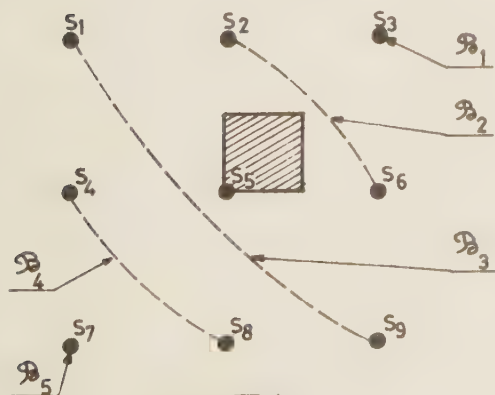


fig: 2-IV-1

Pour chaque variable étudiée,

* $\forall$ NP, IZ, on a la relation d'ordre

$$\frac{1}{2} \beta_2 > \beta_1 > \frac{1}{2} \beta_3 > \frac{1}{2} \beta_4 > \beta_5$$

La "logique du krigeage" est respectée.

* La somme $\beta_3 + \beta_4 + \beta_5$ est au maximum égale à 37 % (cas NP = 1, IZ = 1, variable pourcentage)

Les 4 sondages S_2 , S_3 , S_5 et S_6 se partagent la plus grande partie du poids, faisant ainsi obstacle à l'influence de S_1 , S_4 , S_7 , S_8 , S_9 . L'effet d'écran est net.

*Cet effet d'écran qui attribue un poids très faible (de l'ordre de 1 à 2 %) au sondage S_7 , le plus mal placé, justifie que l'on n'ait pas inclus la deuxième auréole dans le système de krigeage : elle aurait eu un poids dérisoire.

IV-1-2 - Evolution des pondérateurs en fonction de IZ, à NS et NP fixés.

On a particularisé la tendance générale sur l'exemple NS = 8 et NP = 7. On remarque (fig. 2-IV-2, ①, en Annexe)

*un comportement identique pour α_1 , α_3 et $\sum \beta$ caractérisé par une chute au niveau de IZ = 2 suivie d'une légère remontée jusqu'à IZ = 4.

* α_2 présente au contraire une courbe faiblement ascendante de IZ = 1 à IZ = 2 suivie d'une chute peu marquée de IZ = 2 à IZ = 4.

Les courbes traduisent le fait que pour IZ = 2, la configuration de krigeage acquiert une plus grande stabilité = α_2 se rapporte alors à 2 passes, symétriques par rapport à P, stabilité qui est conservée pour IZ = 3 et 4.

IV-1-3 - Evolution des pondérateurs en fonction de NS, à NP et IZ fixés.

L'exemple choisi concerne la variable pourcentage et NP = 6, IZ = 3 (fig. 2-IV-2, ②, en Annexe). Ces courbes expriment logiquement que le poids du sondage d'angle informant ($\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$) augmente lorsque NS diminue).

α_3 s'incrémente plus vite que α_2 et α_2 plus vite que α_1 = chaque fois que l'auréole perd un sondage, donc un peu de poids, la répartition de ce poids entre α_1 , α_2 et α_3 se fait grosso modo suivant la taille des ensembles pondérés.

IV-1-4 - Evolution des pondérateurs en fonction de NP, à NS et IZ fixés.

On a visualisé cette évolution sur l'exemple NS = 5, IZ = 1, pour la variable pourcentage (fig. 2-IV-2, ③, en Annexe).

De NP = 1 à NP = 7, on note que

- β diminue régulièrement car le poids du sondage informant ($\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$) augmente avec sa longueur.

- α_3 croît très régulièrement avec le nombre de passes de l'ensemble qu'il pondère.

- α_1, α_2 restent quasiment constants sauf

- au pas NP = 1 où α_1 a une valeur plus forte car toute l'influence du sondage informant repose sur une seule passe

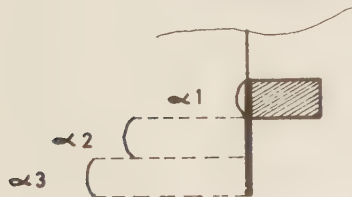
- au pas NP = 2 où α_2 a une valeur plus forte du fait de l'absence de passes α_3 . Au pas NP = 3, une partie de l'influence de α_2 est reportée sur α_3 .

IV-1-5 - On trouve pour les configurations NS = 0 (auréole entièrement lacunaire) quelques résultats, étonnants au premier abord.

Prenons l'exemple NP = 5, IZ = 1, NS = 0, pour lequel le

krigeage donne, contre toute attente,

$$\alpha_1 = 46.5 \quad \alpha_2 = 19.9 \quad \alpha_3 = 33.8$$



α_3 est supérieur à α_2 , alors que la passe correspondante est plus mal placée vis-à-vis de P.

Nous sommes en présence d'un transfert d'influence dans lequel α_2 a transmis une partie de son poids à α_3 . Les mécanismes théoriques du transfert d'influence sont toujours complexes à analyser : le transfert d'influence est la matérialisation, au niveau des pondérateurs, de toutes les particularités du système de krigeage.

IV-2 - Les krigeages (ou estimations)

Le programme K-TOGO utilise les pondérateurs précédemment déterminés et calcule les krigeage de tous les panneaux P.

*les tableaux 17,18,19 (cf. Annexe) sont les résultats du krigeage des 3 panneaux N65, M59, M70 de la zone J2 pour lesquels ont été mis en oeuvre respectivement le krigeage strict, le krigeage

semi-aléatoire et l'approximation des grandes mailles. On note l'ordre de grandeur des écarts-type relatifs d'estimation

pour la teneur pilote (43-840 μ) de l'ordre de 3 %
pour le pourcentage (43-840 μ) de l'ordre de 6 %

*On a reporté sur la fig. 2-IV-3 (Annexe) les profils des teneurs expérimentales et des teneurs krigées de 2 panneaux N65 panneau XA et M69 panneau XA.

On constate l'effet de lissage du krigeage évoqué en introduction de ce chapitre, les teneurs de tranches de panneaux sont moins dispersées que les teneurs de tranches de puits.

En résumé

Les résultats de cette estimation locale (krigeage) sont relatifs à

- une maille disponible : la maille carrée de 50 m avec lacunes
- une unité de sélection : tranche élémentaire P(25 $\times$ 25 $\times$ 0.5 m³)
Le gisement est considéré comme un pavage de telles unités.
- une granulométrie bien définie : 43-840 μ .

Les écarts-types relatifs d'estimation $\frac{\sigma_K}{m}$ (m = moyenne de la variable considérée) sont de l'ordre de :

- 3 % pour la teneur pilote (43-840 μ)
- 6 % pour le pourcentage (43-840 μ)

Les programmes P.TOGO (calcul des Pondérateurs) et K.TOGO (Krigeages ou estimations) sont détaillées en Annexe-Programmes.

CHAPITRE 3 - RECHERCHE DE L'OPTIMUM

=====

- I - INTRODUCTION
- II - RECHERCHE DE L'OPTIMUM
- III - RESULTATS
- IV - INFLUENCE DE α , $\mathcal{C}_1$, E sur l'optimum

I - INTRODUCTION

Contrôler la production consiste à maximiser le tonnage minéral pilote (43-840 μ) à récupérer sur une unité d'exploitation E bien définie sachant que la teneur (43-840 μ) de ce tonnage est égale ou supérieure, avec un certain risque α , à la teneur limite $\mathcal{C}_1$.

* Précisons les conditions de ce problème.

- L'unité E peut-être un profil, un ensemble de profils ou zone, ou un ensemble de zones (fig. 0-2). L'unité E peut aussi être constituée de 2 unités E_1 et E_2 séparées dans l'espace.

- E est constituée d'un pavage de N panneaux PP_i $i = 1, N$, de surface $25 \times 25 \text{ m}^2$.

- chaque panneau PP_i se compose de EP_i tranches élémentaires P de dimension fixe ($25 \times 25 \times 0.5 \text{ m}^3$) (fig. 3-I-1).

- Les caractéristiques moyennes de P , teneur pilote t_p et pourcentage pilote p_p , dans la granulométrie (43-840 μ) sont inconnues. On les a estimées par krigeage. Les estimateurs obtenus t_p^* et p_p^* sont sans biais et optimaux (variance d'estimation minimale).

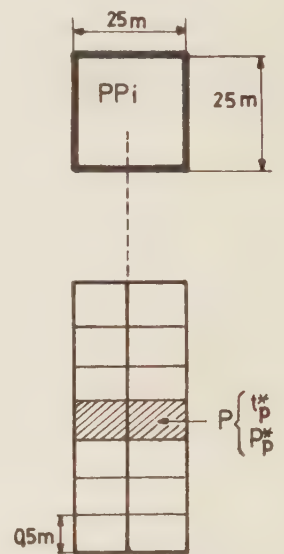


fig. 3-I-1

*Ayant ainsi fixé,

- la taille de E avec la donnée de N panneaux
- la tranche élémentaire P ($25 \times 25 \times 0.5 \text{ m}^3$)
- les paramètres économiques α , $\mathcal{C}_1$

Réaliser l'objectif fixé consistera à rechercher sur chacun des PP_i , $i = 1, N$, le toit a_i et le mur b_i économiques, tels que

le Tonnage minéral (43-840 μ) total, obtenu par cumul sur tous les PP_i , soit maximum

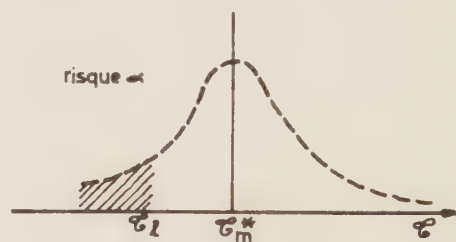
Sous la contrainte que la teneur moyenne $\mathcal{C}$ de ce tonnage récupéré soit supérieure (ou égale) à $\mathcal{C}_1$ avec le risque α .

Cette contrainte s'exprime comme suit :

Soit $\mathcal{C}_m^*$, l'estimation de la teneur moyenne du Tonnage récupéré inconnue $\mathcal{C}$.

Sous l'hypothèse que l'erreur $\{\mathcal{C} - \mathcal{C}_m^*\}$ est considérée comme une variable aléatoire de loi gaussienne, de moyenne 0 (erreur nulle en moyenne $\Rightarrow$ estimation sans biais), de variance $E\{(\mathcal{C} - \mathcal{C}_m^*)^2\} = \sigma_{\mathcal{C}_1}^2$ (obtenue par composition de variances des krigeages élémentaires), alors la relation entre $\mathcal{C}_m^*$ et $\mathcal{C}_1$ s'écrit :

$$\mathcal{C}_m^* = \mathcal{C}_1 + P \sigma_{\mathcal{C}_1}^*$$



avec $\beta = 2$	pour un risque	$\alpha = 2,5 \%$
$\beta = 1,28$	" "	$\alpha = 10 \%$
$\beta = 0$	" "	$\alpha = 50 \%$

Par exemple, $\beta = 0$ et $\alpha = 50 \%$ expriment que la contrainte de qualité $\mathcal{C}_m^* = \mathcal{C}_1$ sera respectée une fois sur deux en moyenne.

*Pour une unité E fixée, le gisement économique récupéré $E' \subset E$ dépend des paramètres $P, \alpha, \mathcal{C}_1$.

- P est imposé. Par conséquent, l'optimisation de la production consistera à exploiter, ou au contraire, à mettre au stérile des ensembles compacts de tranches élémentaires P sur chaque panneau de $25 * 25 \text{ m}^2$.

- Par contre, le risque α et la teneur limite $\mathcal{C}_1$ sont des paramètres libres. Pour différentes valeurs du couple $(\alpha, \mathcal{C}_1)$, on obtient des gisements économiques E' différents. On pourra discuter utilement des choix possibles de α et $\mathcal{C}_1$.

*A $(\alpha, \mathcal{C}_1)$ fixés, le choix de l'unité E est lui-même particulièrement important puisque l'optimum recherché est un optimum global sur E . Réduire l'unité E à un seul panneau PP conduirait vraisemblablement à l'écroulement redouté du gisement.

Ces deux derniers points sont plus amplement développés en fin de chapitre. Auparavant, il nous faut expliciter la méthode de recherche de l'optimum lorsque α et $\mathcal{C}_1$ sont fixés.

I - RECHERCHE DE L'OPTIMUM

1 - Notations

Soit T le tonnage minéral pilote récupéré sur E

Q la quantité de métal pilote récupérée sur E.

On veut sélectionner le Tonnage maximum $T_{\max}$ qui garantisse $\mathcal{C} = \frac{Q}{T} \geq \mathcal{C}_1$ (au risque α).

2 - L'optimum global sur E appartient à la courbe maximale Q(T)

*Construction de la courbe maximale $[Q, T] = Q(T)$.

- Sur chaque panneau PP_i , on a un grand nombre J (J dépend du panneau PP_i) de découpages ou profils toit-mur possibles, techniquement réalisables à l'exploitation (fig. 3-II-1).

On retient l'un de ces découpages locaux, soit Q_i^j, T_i^j ($j \in J$)

- Sur l'ensemble des panneaux $E = \sum_i PP_i$, par cumul des découpages locaux, on obtient

$$Q = \sum_i Q_i = (Q_i^j + Q_i^{j'} + \dots)$$

$$T = \sum_i T_i = (T_i^j + T_i^{j'} + \dots)$$

avec pour le panneau i, le découpage j associé ($j \in J$)

pour le panneau i', le découpage j' associé ($j \in J'$)

..... etc

Le couple (Q, T) représente un découpage global

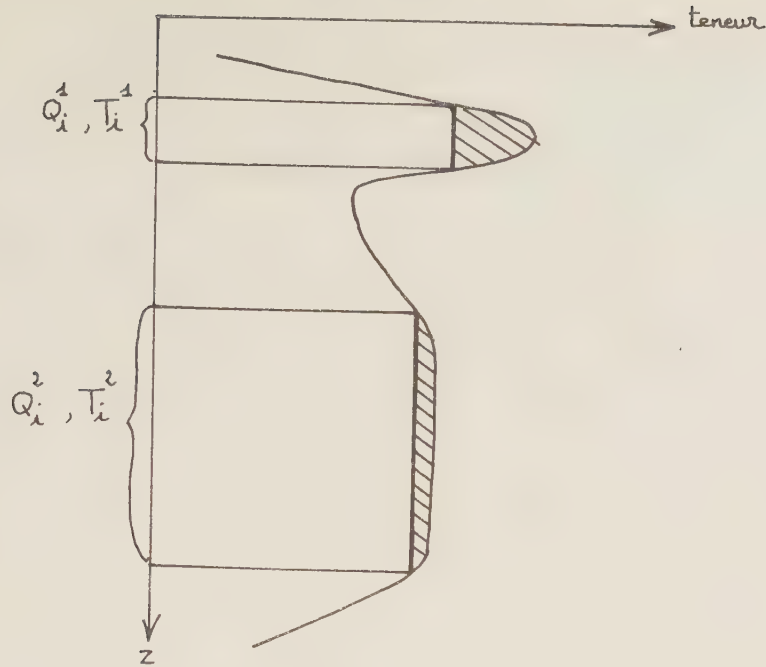
A chaque valeur de l'ensemble (j, j', ...) correspond un point du plan (Q, T). Ces points sont très nombreux car J, J'... contenant un grand nombre de possibilités j, j', ..., le nombre de combinaisons entre J, J' ... est réellement énorme. Le nuage de ces points A(Q, T) est représenté sur la figure (3-II-2).

- La courbe maximale $[Q, T] = Q(T)$ est l'ensemble des points de A(Q, T) tels que

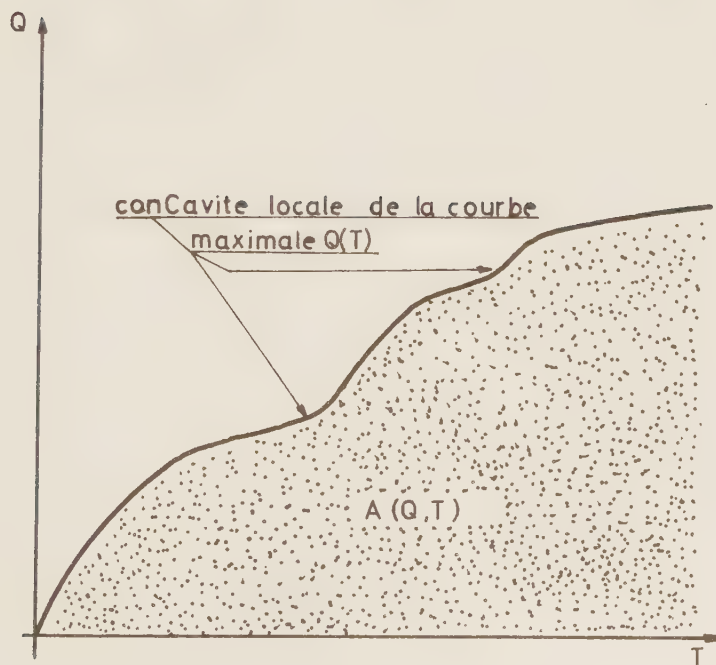
$$Q(T) = \text{Sup}\{A(Q, T), \text{à } T \text{ fixé}\}$$

La courbe maximale est donc un sous ensemble de A(Q, T) (fig. 3-II-2)

Panneau PP_i



- fig:3-II-1 - 2 profilstoit-mur possibles du panneau PP_i



- fig:3-II-2 - Nuage A(Q,T) et courbe maximale Q(T)

*Propriétés de la courbe maximale $Q(T)$

Cette courbe $Q(T)$, croissante, non nécessairement convexe, fournit très exactement la solution de notre problème.

- $Q(T)$ est croissante

à T fixé, on choisit le découpage global auquel correspond la quantité de métal Q maximale. à $T' = T + dT$, le nouveau découpage sélectionné fournit une quantité de métal Q' supérieure à Q , car, à la limite, il suffirait de prendre le découpage précédent garantissant Q et de rajouter un tonnage dT de stérile pur. Or, dans la réalité minière à dT non nul, correspond toujours un dQ non nul.

$$\text{Donc } \underline{T' > T \text{ entraîne } Q' \geq Q}$$

- $Q(T)$ n'est pas nécessairement convexe

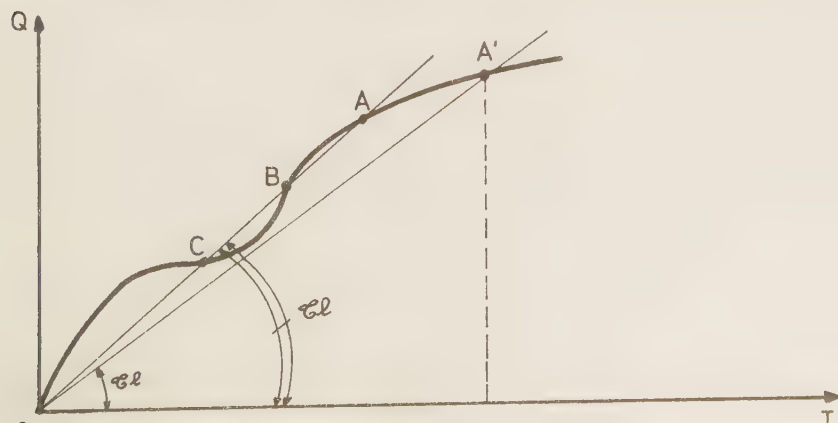
Dans la pratique, la courbe $Q(T)$ pourra se présenter comme sur la fig (3-II-2), avec de petits "creux", quasi-punctuels, entraînant une concavité locale ; l'échelle de ces "creux" a été volontairement augmentée sur la figure.

L'origine de ces "creux" n'est pas inconnue : on sait bien que pour un certain nombre de panneaux PP_i du type (fig. 3-II-1), 2 points voisins de la courbe maximale $Q(T)$ pourront correspondre à 2 solutions locales Q_i^j, T_i^j et $Q_i^{j'}, T_i^{j'}$ telles que $Q_i^j \gg Q_i^{j'}$. Sur la courbe globale $Q(T)$, cela se traduit par de petits décrochements. Dans la pratique, de tels panneaux seront peu fréquents et l'amplitude de ces décrochements reste très faible.

- $Q(T)$ fournit la solution exacte de notre problème

La droite de pente σ_1 , passant par l'origine, coupe la courbe $Q(T)$ en un ou plusieurs points (fig. 3-II-3).

$Q = \sigma_1 T$ coupe $Q(T)$ en un seul point A' .



Tous les points de la courbe $Q(T)$ situés entre 0 et A' (A' inclus) satisfont à la condition $\mathcal{C}_m = \frac{Q}{T} \geq \mathcal{C}_1$

Le point A' définit l'optimum global sur E car c'est lui qui présente le tonnage T maximum.

$Q = \mathcal{C}_1 T$ coupe $Q(T)$ en plusieurs points A, B, C.

Tous les points de la courbe $Q(T)$ situés entre 0 et C, plus les points C, B, A satisfont à la condition $\mathcal{C}_m = \frac{Q}{T} \geq \mathcal{C}_1$.

Le point A est retenu, auquel correspond le tonnage T maximum.

Malheureusement, on doit renoncer à connaître la courbe maximale dans son intégralité, car la combinatoire à mettre en oeuvre est excessivement lourde (d'autant plus que N est grand) et conduirait à des temps calculs prohibitifs.

2. Si l'on ne sait pas construire la courbe maximale $Q(T)$, du moins peut-on obtenir expérimentalement son enveloppe convexe $\hat{Q}(\hat{T})$

L'optimum que l'on retiendra sera un point de l'enveloppe convexe $\hat{Q}(\hat{T})$. L'enveloppe convexe $\hat{Q}(\hat{T})$ se confond avec la courbe maximale $Q(T)$ sauf dans les parties concaves de $Q(T)$ où $\hat{Q}(\hat{T})$ est un segment de droite (fig. 3-II-4).

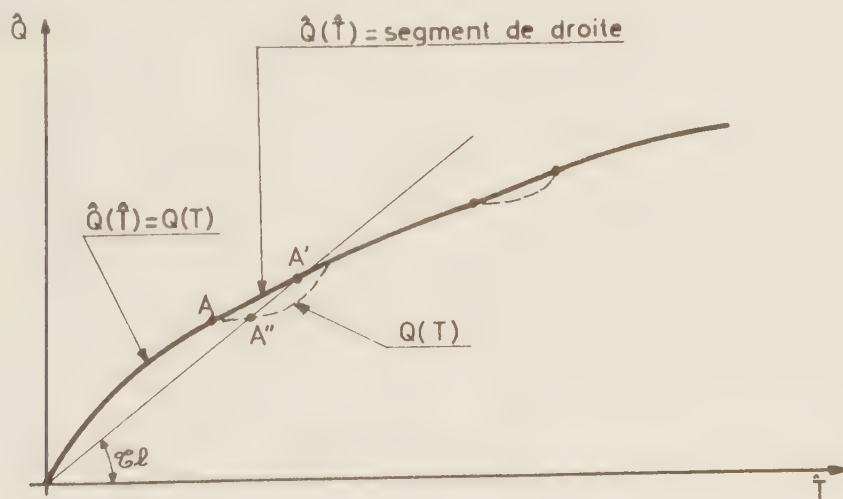


fig:3-II-4

Ainsi, considérons la droite de pente $\mathcal{C}_1$ qui coupe la courbe $Q(T)$ inconnue au point A'' et l'enveloppe convexe $\hat{Q}(\hat{T})$ au point A'.

Les points A, A', A'' et ceux de la courbe $\hat{Q}(\hat{T})$ situés entre 0 et A sont tels que $\mathcal{C}_m = \frac{Q}{T} \geq \mathcal{C}_1$

- Le point A'' définit l'optimum théorique, réel, inaccessible.
- Le point A' ne définit pas de découpage global de E puisqu'il n'appartient pas à la courbe maximale $Q(T)$.
- L'optimum pratique est défini par le point A qui appartient à $Q(T)$ et qui satisfait à $\mathcal{C}_m = \frac{Q}{T} \geq \mathcal{C}_1$. Ce point appartient aussi à $\hat{Q}(\hat{T})$, que l'on sait déterminer. C'est ce point A que la méthode ci-après va déterminer.

Se limiter à l'enveloppe convexe $\hat{Q}(\hat{T})$ de $Q(T)$, c'est écarter les points du type A'' des solutions possibles de l'optimum. On s'autorise du fait que l'amplitude de ces "trous" est faible en pratique, pour assurer que la différence entre A'' et A n'est pas sensible. De plus A va dans le sens de la sécurité.

4. Détermination de la courbe $\hat{Q}(\hat{T})$. Paramétrage des Réserves

Soit par exemple à déterminer le point A de la courbe $\hat{Q}(\hat{T})$ (fig. 3-II-5). Ce point A est l'intersection de la courbe $Q(T)$ avec la famille de droites de pente ω . Pas n'importe quelle intersection cependant, mais bien celle qui maximise $Q - \omega T$.

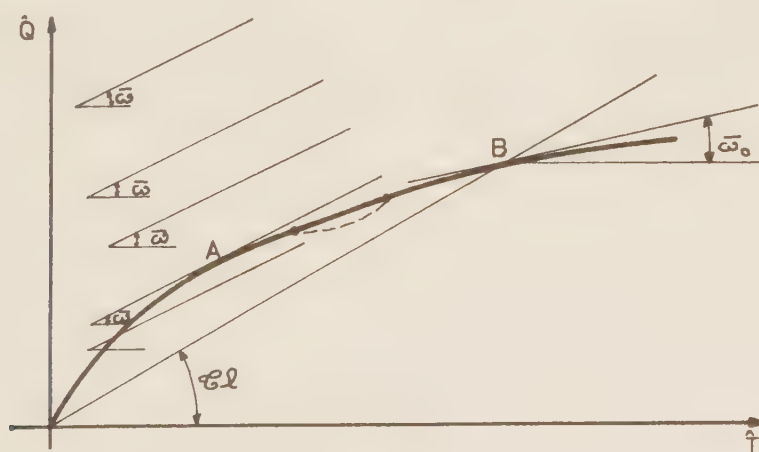


fig:3-II-5

Construire point par point $\hat{Q}(\hat{T})$, c'est déterminer, pour toute une gamme de ω , le maximum de $Q - \omega T$. Le paramètre ω apparaît, dans ce problème, comme une teneur pilote (43-840 μ).

Paramétrer les réserves, c'est obtenir la courbe $\hat{Q}(\hat{T}) = \{\hat{Q}(\omega), \hat{T}(\omega)\}$ pour chaque valeur de ω par maximisation de la quantité $Q - \omega T$.

Comme $E = \sum_i p p_i$, la linéarité de la formule $Q - \omega T$ permet d'écrire

$$\begin{aligned} Q &= \sum_i Q_i \\ T &= \sum_i T_i \end{aligned} \Rightarrow Q - \omega T = \sum_i (Q_i - \omega T_i)$$

Le maximum de $Q - \omega T$ est donc la somme des maxima locaux $Q_i - \omega T_i$.

Supposons que B représente l'optimum global cherché ; au point B est associé une valeur particulière, de la pente de la tangente : soit ω_0 cette valeur particulière de ω

$$B \text{ est tel que } \frac{\hat{Q}(\omega_0)}{\hat{T}(\omega_0)} = \tau_i$$

A cette valeur ω_0 , correspond sur chaque panneau PP_i , le maximum $Q_i(\omega_0) - \omega_0 T_i(\omega_0)$ auquel est associé le découpage local (profil toit-mur) à retenir, donc optimal.

Résoudre notre problème consiste, avec le paramétrage en ω , à déterminer ω_0 .

*le maximum local appartient à l'enveloppe convexe $\hat{Q}_i(\hat{T}_i)$ de la courbe maximale locale $Q_i(T_i)$ (fig. 3-II-6).

La courbe maximale locale est définie par

$$Q_i(T_i) = \text{Sup}\{Q_i(T_i), \text{à } T_i \text{ fixé}\}$$

Pour une valeur donnée de ω , le meilleur découpage local sera celui qui maximise $Q_i(\omega) - \omega T_i(\omega)$

Soit 2 valeurs de ω , ω_1 et ω_2 auxquelles correspondent les découpages locaux maxima $Q_i(\omega_1)$, $T_i(\omega_1)$ et $Q_i(\omega_2)$ et $T_i(\omega_2)$

On a la relation

$$Q_i(\omega_1) - \omega_2 T_i(\omega_1) \leq Q_i(\omega_2) - \omega_2 T_i(\omega_2) \quad (1)$$

et tout aussi bien

$$Q_i(\omega_2) - \omega_1 T_i(\omega_2) \leq Q_i(\omega_1) - \omega_1 T_i(\omega_1) \quad (1')$$

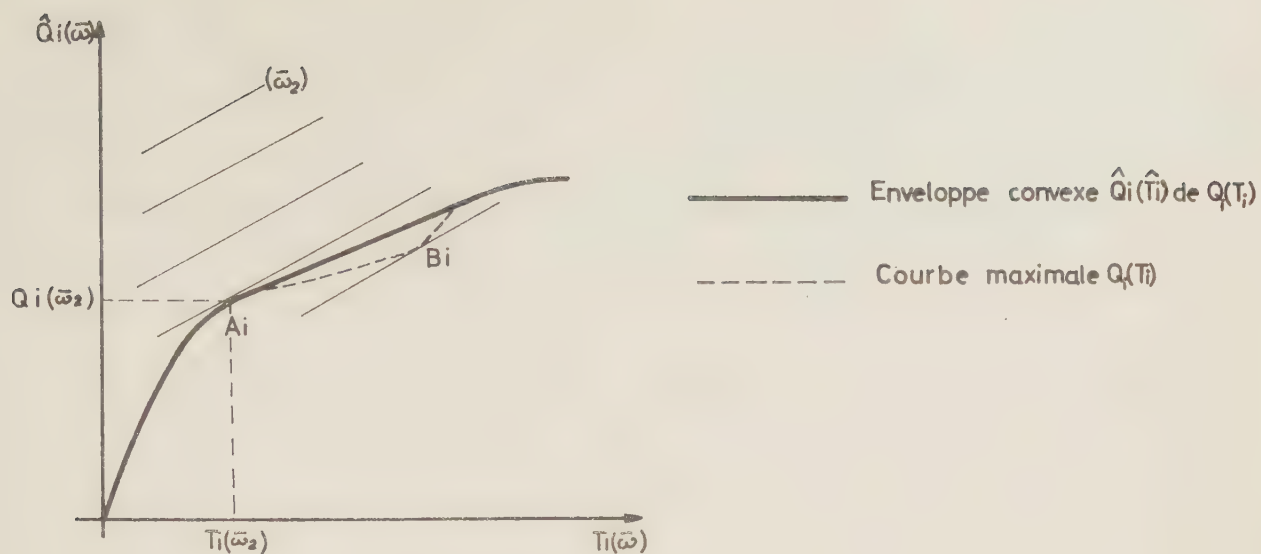


fig: 3-II-6

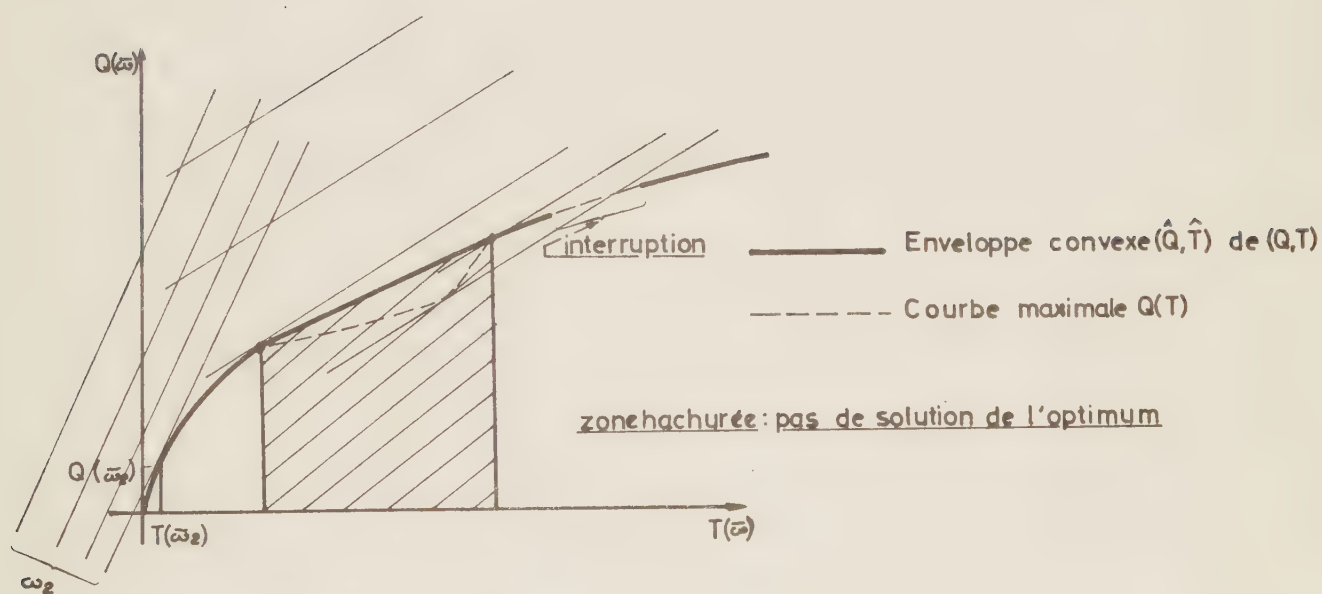
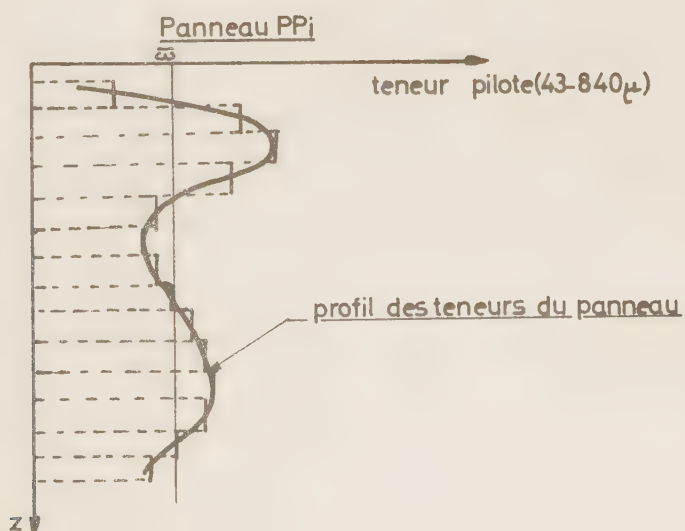


fig: 3-II-7



La relation (1) exprime que, pour une valeur donnée de ω soit ω_2 , l'intersection du réseau de droites $Q_i(\omega)$, $T_i(\omega)$ de pente ω_2 et de la courbe maximale locale représente un découpage local quelconque non optimal. La droite de pente ω_2 passant par le point $Q_i(\omega_2)$, $T_i(\omega_2)$ est la droite limite qui définit le maximum local $Q_i(\omega_2)$, $T_i(\omega_2)$.

La relation (1) exprime aussi que tous les autres découpages locaux possibles, correspondant à ω_2 , $Q_i(\omega_1)$, $T_i(\omega_1)$ par exemple, sont moins bons que $Q_i(\omega_2)$ et $T_i(\omega_2)$ donc que ce dernier point appartient à l'enveloppe convexe de la courbe maximale locale (fig. 3-II-6).

Sur la fig. 3-II-6, le point B_i n'appartient pas à l'enveloppe convexe, car pour la même valeur ω_2 , il existe un point A_i tel que l'on peut écrire :

$$Q_i(\omega) - \omega_2 T_i(\omega) \leq Q_i(\omega_2) - \omega_2 T_i(\omega_2)$$

droite passant par B_i	droite limite passant par A_i
-----------------------------	------------------------------------

Le point A_i appartient à l'enveloppe convexe de la courbe maximale locale. A_i , mais non B_i , peut être un maximum local.

Le résultat de ce paragraphe est essentiel : une fois connue la valeur ω_0 du paramètre ω , solution de l'optimum global sur E, le découpage local (profil toit-mur) à sélectionner est représenté par un point de la courbe convexe locale $\hat{Q}_i(\hat{T}_i)$.

* Obtention de la courbe globale $\hat{Q}(\omega)$, $\hat{T}(\omega)$

A ω fixé, on connaît, sur chaque PP_i , $i = 1, N$, le maximum local $\{\hat{Q}_i(\omega), \hat{T}_i(\omega)\}$. Par cumul de tous les maxima locaux, on obtient

$$\hat{Q}(\omega) = \sum_i \hat{Q}_i(\omega)$$

$$\hat{T}(\omega) = \sum_i \hat{T}_i(\omega)$$

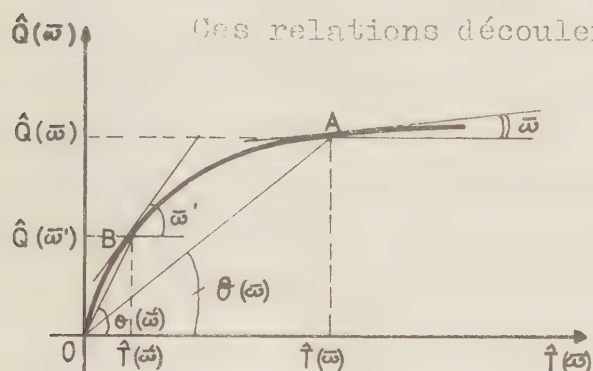
$\hat{Q}(\omega) - \omega \hat{T}(\omega)$ correspond à un maximum global, mais non obligatoirement à l'optimum global sur E cherché.

Remarque

Dans la pratique minière, pour la gamme de tous les ω possibles, il peut y avoir des valeurs numériques $\hat{T}(\omega)$ qui ne sont jamais prises. La courbe convexe présente des interruptions fig. 3-II-7.

* Propriétés de la courbe paramétrique $\hat{Q}(\omega)$, $\hat{T}(\omega)$

- $\hat{Q}(\omega)$ et $\hat{T}(\omega)$ sont décroissantes avec ω
- $\theta(\omega) = \frac{\hat{Q}(\omega)}{\hat{T}(\omega)}$ et croissante avec ω .



Ces relations découlent directement de la convexité.

A ω fixé est associé le point A de la courbe $\hat{Q}(\omega)$, $\hat{T}(\omega)$ (fig. 3-II-8). A $\omega' > \omega$, le point B est, d'après la convexité de la courbe $(\hat{Q}, \hat{T})$, obligatoirement sur la partie O-A et les résultats

fig:3-II-8

$\hat{Q}(\omega') < \hat{Q}(\omega)$, $\hat{T}(\omega') < \hat{T}(\omega)$, $\theta(\omega') > \theta(\omega)$ en découlent directement.

* ω_0 est déterminé graphiquement sur la courbe $\hat{Q}(\omega)$, $\hat{T}(\omega)$ (fig. 3-I-5), et vérifie

$$\begin{aligned} \hat{T}(\omega_0) & \text{ max} \\ \frac{\hat{Q}(\omega_0)}{\hat{T}(\omega_0)} & \geq \mathcal{C}_1 \end{aligned}$$

Notre problème est résolu.

5. Description de la courbe $[\hat{Q}(\omega), \hat{T}(\omega)]$ du gisement

Pour chaque valeur de ω

- sur chaque panneau PP_i , $i = 1, N$, on détermine le découpage (profil toit-mur) maximisant $Q_i(\omega) - \omega T_i(\omega)$. On effectue la coupure sur la courbe des teneurs pilotes de PP_i fig. (5-II-9)
- par cumul sur tous les panneaux PP_i , le point $\hat{Q}(\omega)$, $\hat{T}(\omega)$ associé à ω .

La courbe expérimentale a l'allure suivante (fig. 3-II-10)

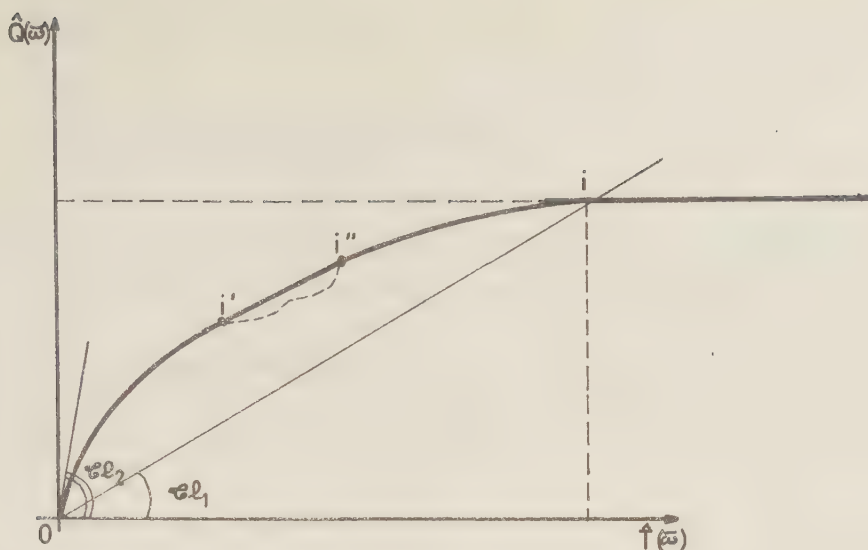


fig:3-II-10

- la courbe $\hat{Q}(\omega)$, $\hat{T}(\omega)$ passe par l'origine
- à l'origine, la pente est $\tau_{1_2} = \tau_{1 \text{ max}}$; c'est la contrainte de qualité la plus sévère réalisable sur le gisement.

$\tau_{1_2} = \omega_2 \Rightarrow \tau_{1_2}$ est la teneur du tonnage élémentaire dT, le plus riche ; on l'obtient en appliquant le paramètre $\omega_2 = \tau_{1_2}$ à tous les panneaux PP_i .

Cette contrainte τ_{1_2} n'est évidemment pas réaliste.

- Tous les points de la courbe situés entre 0 et I, sauf ceux compris entre I' et I'' , représentent les solutions optimales correspondant à la contrainte de qualité $\tau_{1_2} < \tau_{1_1}$

- Le point I est tel que la tangente en ce point à la courbe $\hat{Q}$, $\hat{T}$, a pour pente 0 : $\omega = 0$ c'est-à-dire on n'a effectué aucune coupure sur les panneaux PP_i . Le point I représente les ressources in situ du gisement, dont la teneur moyenne est τ_{1_1} .

τ_{1_1} est la contrainte de qualité réalisable la moins sévère, qui garde encore un sens pratique.

- Les points situés au-delà du point I ne correspondent pas à des solutions réalistes ; choisir un de ces points revient à ajouter du stérile pur aux ressources in situ du gisement.

6. Réalisation pratique

Dans la pratique, la discrétisation de l'information et les contraintes inhérentes à l'utilisation de l'ordinateur vont limiter notre connaissance de l'enveloppe convexe $\hat{Q}(\hat{T})$.

On a procédé de la façon suivante :

Pour une gamme de valeurs de ω (une dizaine environ),

* Sur chaque panneau PP_i , $i = 1, N$, on détermine le découpage ou profil toit-mur maximisant $Q_i(\omega) - \omega T_i(\omega)$, après coupure sur la courbe des teneurs pilotes des tranches P constituant PP_i (fig. 3-II-9). On note bien que :

- le découpage (a_i, b_i) n'est pas forcément unique et il peut y avoir plusieurs couples $\{\hat{Q}_i(\omega), \hat{T}_i(\omega)\}$ présentant le même maximum $\hat{Q}_i(\omega) - \omega \hat{T}_i(\omega)$
- pour plusieurs valeurs de ω , le même découpage peut être sélectionné.

On a retenu le découpage (a_i, b_i) qui minimise la puissance de découverte. Dans la pratique, à $Q_i(\omega) - \omega \hat{T}_i(\omega)$ fixé, correspondent des couples $\hat{Q}_i, \hat{T}_i$ dont les $\hat{T}_i$ ne sont pas sensiblement différents et l'approximation commise en retenant le tonnage associé au découpage minimisant la puissance de découverte est justifiée.

* Sur l'ensemble $E = \sum_i PP_i$, par cumul des résultats locaux, on obtient un point $\hat{Q}(\omega), \hat{T}(\omega)$ qui appartient à l'enveloppe convexe supérieure de $Q(T)$.

* La courbe $\hat{Q}(\omega), \hat{T}(\omega)$ obtenue est donc constituée de segments de droites. L'intersection de 2 segments de droite est un point $\hat{Q}, \hat{T}$, effectivement calculé et correspondant à un découpage réel de E .

Le programme réalisé teste la condition $\frac{\hat{Q}(\omega)}{\hat{T}(\omega)} \geq \mathcal{C}_1$: si elle est vérifiée on retiendra le découpage global sur E correspondant à la coupure $\omega_0 = \omega$. Dans le cas contraire, on fera une interpolation linéaire entre les 2 valeurs successives de ω , ω_1 et ω_2 , telles que, au risque α ,

$$\frac{\hat{Q}(\omega_1)}{\hat{T}(\omega_1)} < \mathcal{C}_1 < \frac{\hat{Q}(\omega_2)}{\hat{T}(\omega_2)}$$

II - PRESENTATION DES RESULTATS

L'unité E, le risque α , les 5 teneurs $\mathcal{C}_1$ sont fixées.
Le programme S.TOGO effectue les sélections et fournit les résultats suivants :

- Pour chaque panneau PP_i , $i = 1, N$, et pour chaque teneur $\mathcal{C}_1$, les côtés des toit et mur, la teneur et le pourcentage, ainsi que l'écart-type de la teneur, de la puissance sélectionnée.
- Sur l'unité E toute entière, les différents tonnages minéral et brut, les teneur et pourcentage moyens sur E, pour chaque $\mathcal{C}_1$, ainsi que la partie du gisement à éliminer (avec ses caractéristiques moyennes) pour passer d'un $\mathcal{C}_1$ donné au $\mathcal{C}_1$ immédiatement supérieur.

Tous ces résultats sont développés dans l'Annexe Programme S.TOGO.

IV - INFLUENCE DE α , $\mathcal{C}_1$ et E SUR L'OPTIMUM

Le gisement E est constitué du pavage de N panneaux PP_i .
L'optimum $(\mathcal{C}_1, \alpha)$ détermine un nouveau gisement E' inclus dans E qui est le gisement économique à exploiter dans les conditions $(\mathcal{C}_1, \alpha)$.

IV-1 - Influence de α (fig. 3-IV-1)

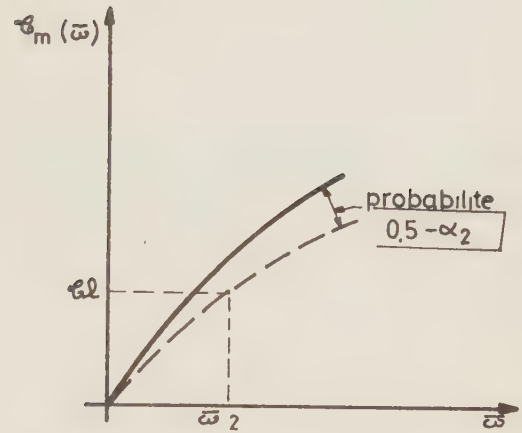
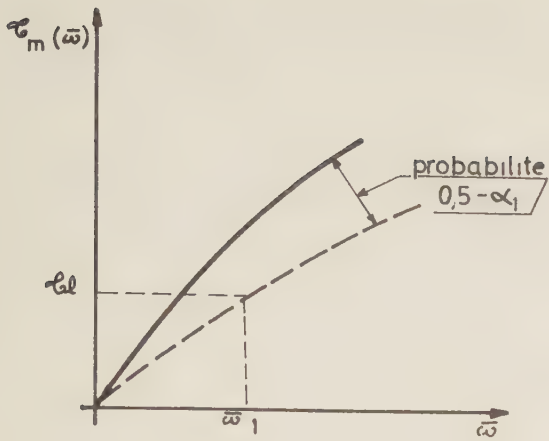
$\mathcal{C}_1$ et E sont fixés.

Quand le risque α d'avoir une teneur moyenne $\mathcal{C}_m^*$ inférieure à la teneur limite $\mathcal{C}_1$ croît, β diminue : la relation $\mathcal{C}_m^*(\omega) = \mathcal{C}_1 + \beta \sigma_m^*$ indique qu'alors le paramètre ω optimal à appliquer à chaque panneau élémentaire est d'autant plus petit. Quand le risque α croît, la sélection est moins sévère. Au contraire, un risque α excessivement faible, peut conduire à l'écramage du gisement.

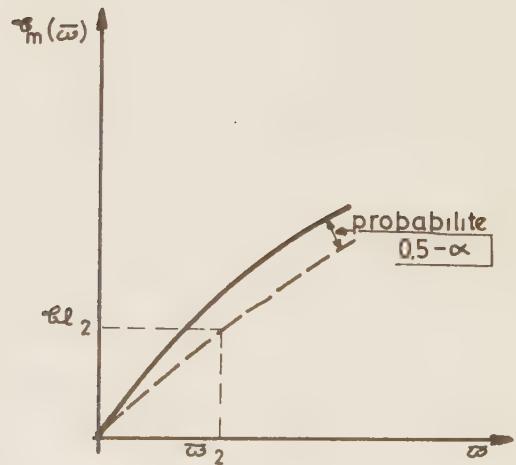
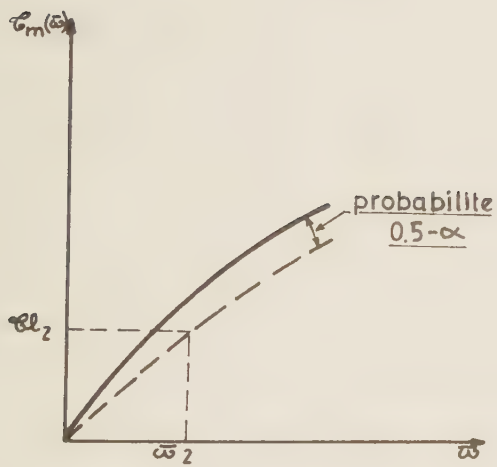
IV-2 - Influence de $\mathcal{C}_1$ (fig. 3-IV-2)

α et E sont fixés.

Quand $\mathcal{C}_1$ augmente, il est bien évident que la sélection devient d'autant plus sévère et E' d'autant plus petit.



- fig: 3-IV-1- Influence du risque α : $\alpha_1 < \alpha_2 \Rightarrow \bar{\omega}_1 > \bar{\omega}_2$



- fig: 3-IV-2- Influence de $\bar{r}_L$: $\bar{r}_L < \bar{r}_L \Rightarrow \bar{\omega}_1 < \bar{\omega}_2$

IV-3 - Influence de la maille de E

α et $\mathcal{C}_1$ sont fixés.

La taille de E, c'est son nombre N de panneaux PP_i . quand N augmente, l'estimation de $\mathcal{C}_m$ par $\mathcal{C}_m^*$ est d'autant meilleure (compensation des erreurs) c'est-à-dire que $\sigma_{\mathcal{C}_m}^*$, écart-type d'estimation, est d'autant plus faible.

La relation $\mathcal{C}_m^*(\omega) = \mathcal{C}_1 + \beta \frac{\sigma_{\mathcal{C}_m}^*}{\mathcal{C}_m}$ démontre que lorsque $\sigma_{\mathcal{C}_m}^*$ diminue ω diminue lui aussi ; ainsi lorsque N croît, la sélection est moins sévère et le gisement E' plus important.

Mais, en dernier ressort, c'est le "gisement reconnu" lui-même qui va imposer le comportement de l'exploitant. Supposons en effet, que une grande zone du gisement soit "plutôt pauvre".

Fixons nous E (c'est-à-dire N, nombre de PP), et les contraintes de qualité α et $\mathcal{C}_1$. Il se peut très bien que le résultat de l'optimum conclut à la mise au stérile de tous les panneaux PP_i : aucun panneau n'est retenu.

L'exploitant dispose alors de la gamme suivante de réactions possibles.

- Le risque est conservé, mais on diminue $\mathcal{C}_1$. On cherche un nouvel optimum sur la même unité E.
- $\mathcal{C}_1$ est conservé et on préfère augmenter le risque.
- Si aucune des réactions ci-dessus n'est positive, on peut encore redéfinir E et chercher à nouveau un optimum non nul.

On voit alors apparaître la notion très importante de gisement en tout ou rien. A E fixé, des conditions $(\alpha, \mathcal{C}_1)$ un peu plus sévères peuvent conduire à un optimum nul alors qu'avec le couple $(\alpha, \mathcal{C}_1)$ précédent, tous les panneaux PP_i , $i = 1, N$, présentaient une puissance non nulle. Il faut aussi bien comprendre que, si le gisement est particulièrement mauvais, il peut ne pas exister une unité E et des conditions $(\alpha, \mathcal{C}_1)$ qui conduisent à un optimum non nul. Aucune théorie de l'optimisation, aussi sophistiquée soit-elle, ne peut "enrichir" un gisement pauvre.

BIBLIOGRAPHIE

Etudes relatives au gisement de Phosphates du TOGO

- [1] A. JOURNEL et H. SANS
Reconnaissance structurale du gisement de phosphates du TOGO
Décembre 1971.
- [2] H. SANS
Estimation globale du gisement de phosphates du TOGO. Mars 1972.
- [3] A. JOURNEL et H. SANS
Etude de l'échantillonnage sur bande à l'entrée-laverie
Décembre 1972.

Ouvrages théoriques

- [4] G. MATHERON
Les variables régionalisées et leur estimation. 1965. Ed. Masson
Paris.
- [5] G. MATHERON
La théorie des Variables Régionalisées et ses applications
Ed. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [6] J. SERRA
Echantillonnage et estimation locale des phénomènes miniers
de transition (Thèse, Nancy 1967)

relatifs à la mise en valeur de gisements miniers

- [7] A. JOURNEL
Le Formalisme des Relations Ressources-Réserves. Juin 1973
Note Géostatistique n° 332. Centre de Morphologie Mathématique
- [8] G. MATHERON
Le Formalisme des Coupures et des Relations Tonnages-Teneurs
Décembre 1971. Note géostatistique n° 265. Centre de Morphologie
Mathématique.

Etudes géostatistiques pratiques

[9] Ch. HUIJBREGTS et R. SEGOVIA

Etude Structurale du gisement de Cuivre d'Exotica. Novembre 1971

Estimation globale et locale du gisement d'Exotica. Mai 1972

(Centre de Morphologie Mathématique et Centro de Investigacion Minera de Chile)

[10] Ch. HUIJBREGTS et A. JOURNEL

Simulation d'un gisement minier (Nickel latéritique de PRONY)

Novembre 1972. Confidentiel. Centre de Morphologie Mathématique.

FIGURES

1-V,1 à 1-V,6 : Variogrammes expérimentaux et ajustements.

2-IV,3 : Comparaison teneur expérimentale -
Teneur Krigée (43-840 μ)

2-IV,2 : Evolution des Pondérateurs en fonction de IZ,
NS, NP.

REGIONALISATION VERTICALE

POURCENTAGE 43_840μ

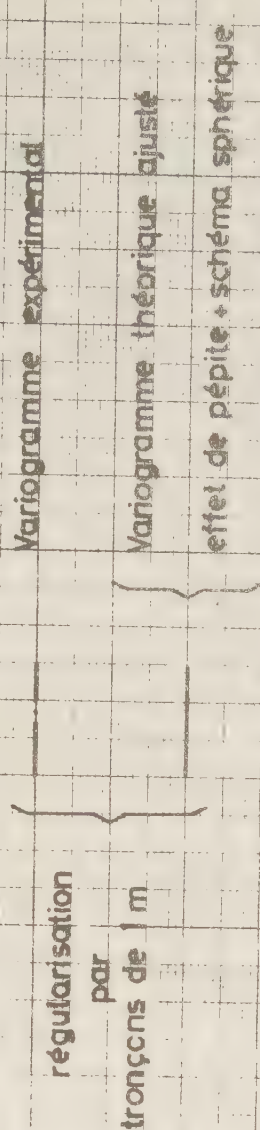
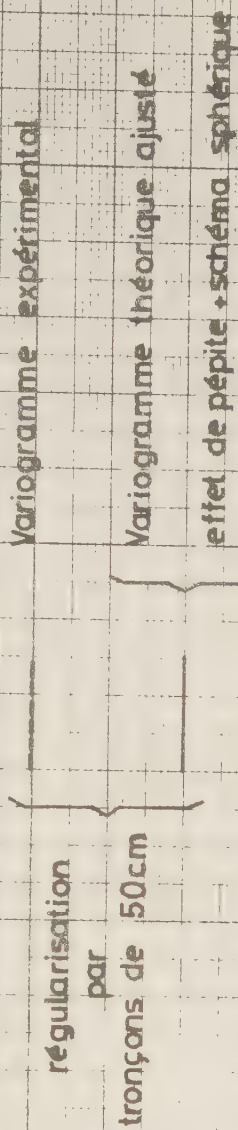


Fig 1 V, 4

REGIONALISATION VERTICALE

ACCUMULATION 43 - 840 μ

régularisation
par
tronçons de 50cm

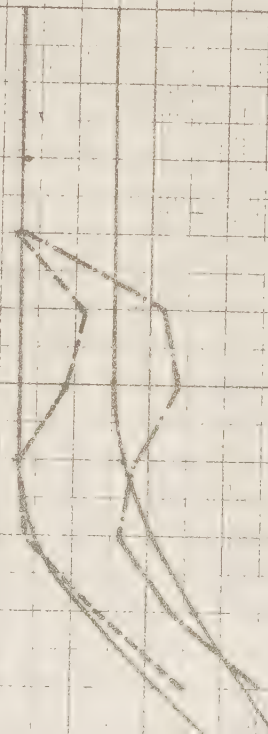
Variogramme expérimental

Variogramme théorique ajusté
effet de pépite : schéma sphérique

régularisation
par
tronçons de 1m

Variogramme expérimental

Variogramme théorique ajusté
effet de pépite : schéma sphérique



pas 0.5m

h en m

fig. d. V, 2

REGIONALISATION HORIZONTALE STRUCTURES D'ECHELLE > 100m

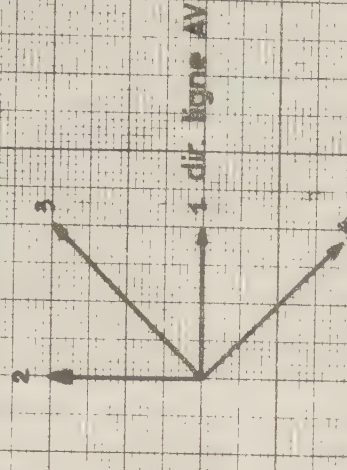
POURCENTAGE 43.840 μ

$m = 63.56$

$\sigma^2 = 27.12$

Montée sous puissance constante

$l = 4.25m (\sigma^2 = 0.71)$



Marigrammes expérimentaux

- direction 1
- direction 2
- direction 3
- direction 4
- moyen



fig. 4. V. 3

REGIONALISATION HORIZONTALE : STRUCTURES D'ECHELLE > 100m

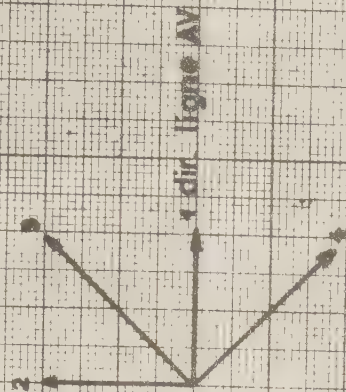
ACCUMULATION 43-840 μ

$$m = 51.09$$

$$\sigma^2 = 25.24$$

Montée sous puissance constante

$$l = 4.25m (\sigma^2 = 0.71)$$



rose des directions

Variogrammes expérimentaux

- direction 1
- direction 2
- direction 3
- direction 4
- moyen



fig 4.V.4

REGIONALISATION HORIZONTALE: STRUCTURES D'ÉCHELLE < 100m

POURCENTAGE 43-840μ

$m = 59.13$

$\sigma^2 = 12.68$

Montée d'ordre 1

Variogrammes moyens expérimentaux

----- Maille à 10m support $l = 4.36$

----- Maille à 100m support $l = 4.26$

Variogramme théorique ajusté

----- Somme d'un effet de pépite et de 2 schémas sphériques

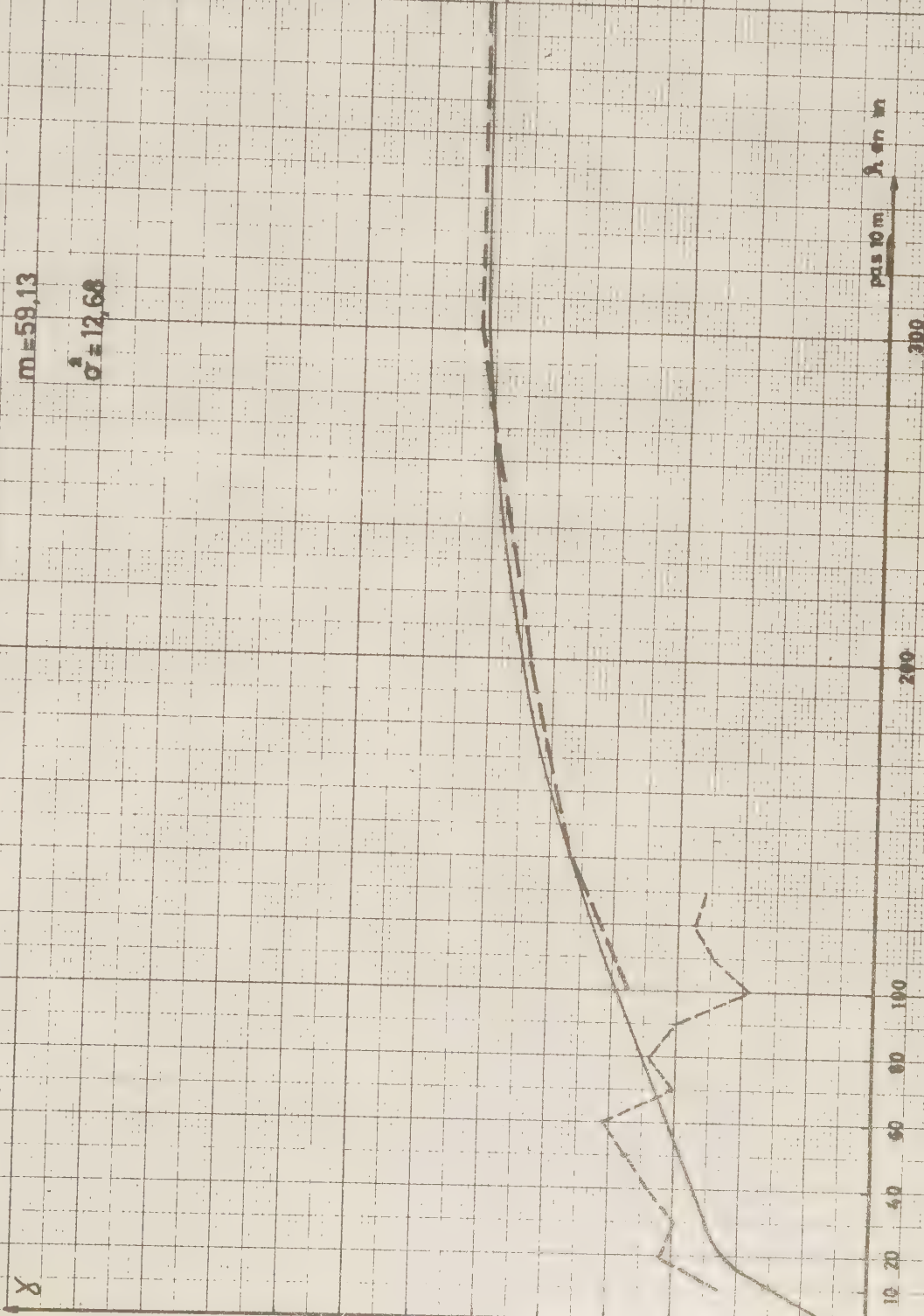


fig. 4 V, 5

REGIONALISATION HORIZONTALE : STRUCTURES D'ÉCHELLE < 100 m

ACCUMULATION 43 840 μ

$m = 48,02$

$\sigma^2 = 9,72$

Montée d'ordre 1

Variogrammes moyens expérimentaux

Maille à 10 m support $l =$

Maille à 100 m support $l =$

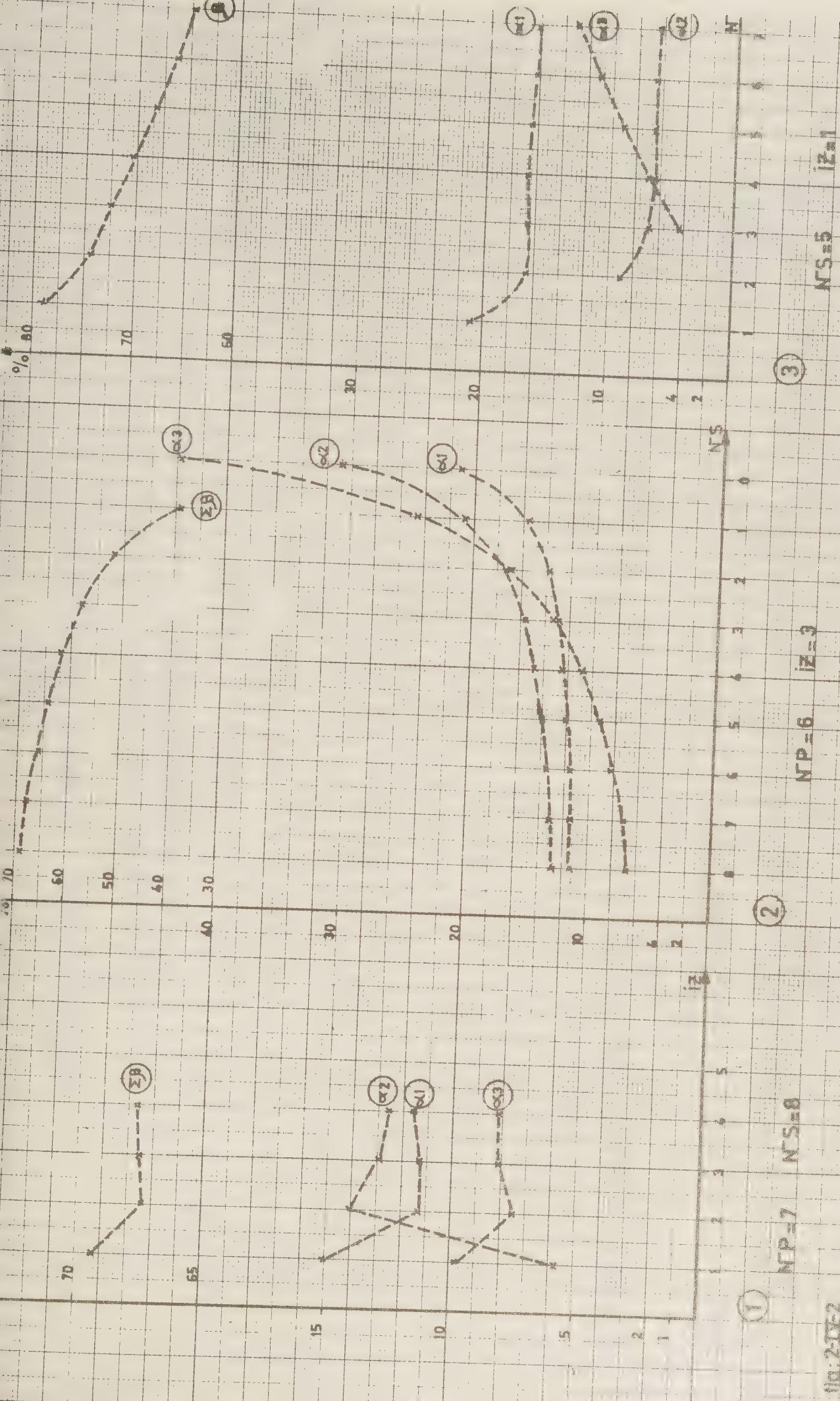
Variogramme théorique ajusté

Somme d'un effet de pépinière

et de 2 schémas sphériques



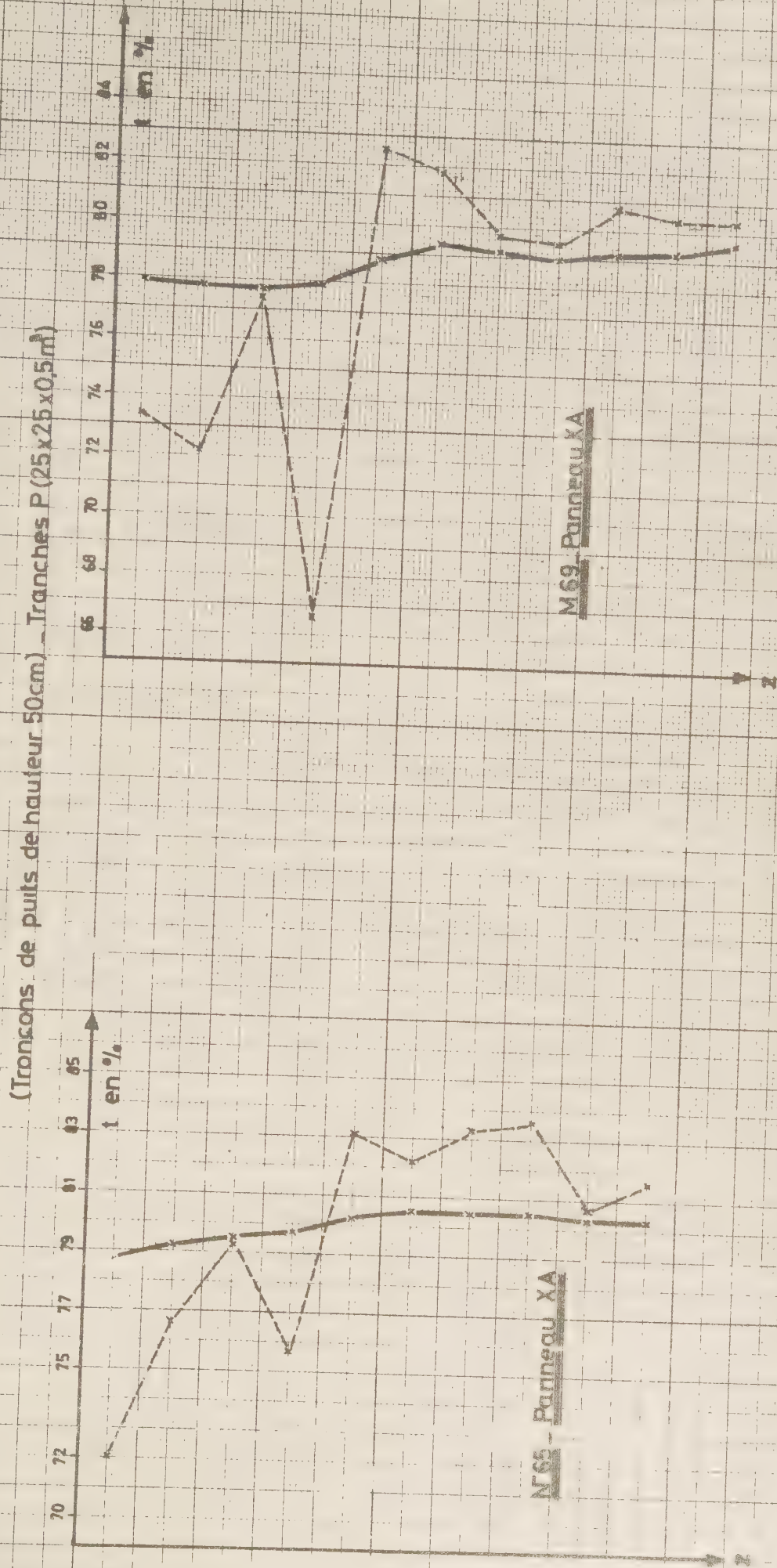
fig:1.V, 6



ÉVOLUTION DES PONDÉRATEURS en fonction de $Z, N'S, N'P$

fig. 2-IV.3

COMPARAISON TENEUR EXPÉRIMENTALE - TENEUR KRIGÉE (43-840)



— courbe expérimentale des teneurs des tronçons de puits (0,5m)
- - courbe des teneurs krigées des panneaux (25x25x0,5m)

TABLEAUX

1 à 14 : Pondérateurs α_1 , α_2 , α_3 , $\Sigma\beta$ ou β .

15 et 16 : Détail des Pondérateurs β .

17 à 19 : Exemples de Krigeage

- PONDERATEURS DE KRIGEAGE - Pourcentage (43-840_μ)

Tableau: 1

NP = 7

		Krigage strict						Krigage semi-aléatoire						Krigage strict					
i \ j	N°S	8	7	6	5	4	3	2	1	0									
1		$\alpha_1 = 15$ $\alpha_2 = 5.8$ $\alpha_3 = 9.8$ $\Sigma\beta = 69.4$ $\sigma_K^2 = 13.25$	$\alpha_1 = 15.3$ $\alpha_2 = 6$ $\alpha_3 = 10.7$ $\beta = 68$ $\sigma_K^2 = 13.68$	$\alpha_1 = 15.6$ $\alpha_2 = 6.1$ $\alpha_3 = 11.7$ $\beta = 66.5$ $\sigma_K^2 = 13.86$	$\alpha_1 = 16.1$ $\alpha_2 = 6.3$ $\alpha_3 = 13.1$ $\beta = 64.5$ $\sigma_K^2 = 14.09$	$\alpha_1 = 16.7$ $\alpha_2 = 6.6$ $\alpha_3 = 15$ $\beta = 61.7$ $\sigma_K^2 = 14.41$	$\alpha_1 = 17.6$ $\alpha_2 = 7$ $\alpha_3 = 17.8$ $\beta = 57.6$ $\sigma_K^2 = 14.89$	$\alpha_1 = 19$ $\alpha_2 = 7.7$ $\alpha_3 = 22.5$ $\beta = 50.8$ $\sigma_K^2 = 15.68$	$\alpha_1 = 21.8$ $\alpha_2 = 9.1$ $\alpha_3 = 31.7$ $\beta = 37.5$ $\sigma_K^2 = 17.22$	$\alpha_1 = 29.8$ $\alpha_2 = 12.8$ $\alpha_3 = 57.4$ $\sigma_K^2 = 21.55$									
	2	$\alpha_1 = 11.2$ $\alpha_2 = 14$ $\alpha_3 = 7.4$ $\Sigma\beta = 67.4$ $\sigma_K^2 = 13.08$	$\alpha_1 = 11.4$ $\alpha_2 = 14.4$ $\alpha_3 = 8.1$ $\beta = 66.1$ $\sigma_K^2 = 13.50$	$\alpha_1 = 11.5$ $\alpha_2 = 14.9$ $\alpha_3 = 8.9$ $\beta = 64.7$ $\sigma_K^2 = 13.67$	$\alpha_1 = 11.7$ $\alpha_2 = 15.5$ $\alpha_3 = 10$ $\beta = 62.8$ $\sigma_K^2 = 13.89$	$\alpha_1 = 12$ $\alpha_2 = 16.4$ $\alpha_3 = 11.5$ $\beta = 60.1$ $\sigma_K^2 = 14.19$	$\alpha_1 = 12.5$ $\alpha_2 = 17.7$ $\alpha_3 = 13.7$ $\beta = 56.1$ $\sigma_K^2 = 14.65$	$\alpha_1 = 13.2$ $\alpha_2 = 19.9$ $\alpha_3 = 17.4$ $\beta = 49.5$ $\sigma_K^2 = 15.39$	$\alpha_1 = 14.7$ $\alpha_2 = 24.2$ $\alpha_3 = 24.5$ $\beta = 36.6$ $\sigma_K^2 = 16.86$	$\alpha_1 = 18.8$ $\alpha_2 = 36.4$ $\alpha_3 = 44.9$ $\sigma_K^2 = 21.01$									
3		$\alpha_1 = 11.3$ $\alpha_2 = 13.0$ $\alpha_3 = 8.1$ $\Sigma\beta = 67.8$ $\sigma_K^2 = 13.09$	$\alpha_1 = 11.5$ $\alpha_2 = 13.3$ $\alpha_3 = 8.9$ $\beta = 66.3$ $\sigma_K^2 = 13.51$	$\alpha_1 = 11.7$ $\alpha_2 = 13.7$ $\alpha_3 = 9.8$ $\beta = 64.8$ $\sigma_K^2 = 13.67$	$\alpha_1 = 11.9$ $\alpha_2 = 14.2$ $\alpha_3 = 11.1$ $\beta = 62.9$ $\sigma_K^2 = 13.89$	$\alpha_1 = 12.2$ $\alpha_2 = 14.8$ $\alpha_3 = 12.8$ $\beta = 60.2$ $\sigma_K^2 = 14.20$	$\alpha_1 = 12.7$ $\alpha_2 = 15.8$ $\alpha_3 = 15.3$ $\beta = 56.1$ $\sigma_K^2 = 14.66$	$\alpha_1 = 13.6$ $\alpha_2 = 17.5$ $\alpha_3 = 19.4$ $\beta = 49.5$ $\sigma_K^2 = 15.41$	$\alpha_1 = 15.1$ $\alpha_2 = 20.7$ $\alpha_3 = 27.6$ $\beta = 36.6$ $\sigma_K^2 = 16.88$	$\alpha_1 = 19.6$ $\alpha_2 = 29.8$ $\alpha_3 = 50.6$ $\sigma_K^2 = 21.02$									
	4	$\alpha_1 = 11.5$ $\alpha_2 = 12.6$ $\alpha_3 = 8.2$ $\Sigma\beta = 67.7$ $\sigma_K^2 = 13.09$	$\alpha_1 = 11.7$ $\alpha_2 = 12.9$ $\alpha_3 = 9$ $\beta = 66.4$ $\sigma_K^2 = 13.52$	$\alpha_1 = 11.9$ $\alpha_2 = 13.2$ $\alpha_3 = 10$ $\beta = 64.9$ $\sigma_K^2 = 13.68$	$\alpha_1 = 12.2$ $\alpha_2 = 13.6$ $\alpha_3 = 11.3$ $\beta = 63$ $\sigma_K^2 = 13.90$	$\alpha_1 = 12.5$ $\alpha_2 = 14.2$ $\alpha_3 = 13.1$ $\beta = 60.3$ $\sigma_K^2 = 14.21$	$\alpha_1 = 13.1$ $\alpha_2 = 15.0$ $\alpha_3 = 15.7$ $\beta = 56.2$ $\sigma_K^2 = 14.67$	$\alpha_1 = 14$ $\alpha_2 = 16.4$ $\alpha_3 = 20.1$ $\beta = 49.6$ $\sigma_K^2 = 15.42$	$\alpha_1 = 15.7$ $\alpha_2 = 19.1$ $\alpha_3 = 28.6$ $\beta = 36.6$ $\sigma_K^2 = 16.89$	$\alpha_1 = 20.7$ $\alpha_2 = 26.7$ $\alpha_3 = 52.6$ $\sigma_K^2 = 21.02$									

-PONDERATEURS DE KRIGEAGE _ Pourcentage(43_840)

Tableau:2

N°P =6

		Krigage semi-aléatoire						Krigage strict		
iZ	N°S	8	7	6	5	4	3	2	1	0
iZ = 1		$\alpha_1 = 15.2$ $\alpha_2 = 5.9$ $\alpha_3 = 8.2$ $\Sigma \beta = 70.7$	$\alpha_1 = 15.4$ $\alpha_2 = 6.$ $\alpha_3 = 8.9$ $\beta = 69.6$	$\alpha_1 = 15.8$ $\alpha_2 = 6.2$ $\alpha_3 = 9.8$ $\beta = 68.2$	$\alpha_1 = 16.2$ $\alpha_2 = 6.4$ $\alpha_3 = 11.$ $\beta = 66.3$	$\alpha_1 = 16.9$ $\alpha_2 = 6.7$ $\alpha_3 = 12.7$ $\beta = 63.7$	$\alpha_1 = 17.8$ $\alpha_2 = 7.1$ $\alpha_3 = 15.3$ $\beta = 59.8$	$\alpha_1 = 19.5$ $\alpha_2 = 7.9$ $\alpha_3 = 19.5$ $\beta = 53.2$	$\alpha_1 = 22.7$ $\alpha_2 = 9.3$ $\alpha_3 = 28.$ $\beta = 40.$	$\alpha_1 = 32.5$ $\alpha_2 = 13.8$ $\alpha_3 = 53.7$
		$\sigma_K^2 = 13.29$	$\sigma_K^2 = 13.73$	$\sigma_K^2 = 13.91$	$\sigma_K^2 = 14.15$	$\sigma_K^2 = 14.50$	$\sigma_K^2 = 15.01$	$\sigma_K^2 = 15.87$	$\sigma_K^2 = 17.59$	$\sigma_K^2 = 22.83$
iZ = 2		$\alpha_1 = 11.3$ $\alpha_2 = 14.1$ $\alpha_3 = 5.8$ $\Sigma \beta = 68.8$	$\alpha_1 = 11.4$ $\alpha_2 = 14.6$ $\alpha_3 = 6.4$ $\beta = 67.6$	$\alpha_1 = 11.6$ $\alpha_2 = 15.1$ $\alpha_3 = 7.0$ $\beta = 66.3$	$\alpha_1 = 11.8$ $\alpha_2 = 15.7$ $\alpha_3 = 7.9$ $\beta = 64.5$	$\alpha_1 = 12.1$ $\alpha_2 = 16.7$ $\alpha_3 = 9.2$ $\beta = 62.$	$\alpha_1 = 12.6$ $\alpha_2 = 18.1$ $\alpha_3 = 11.0$ $\beta = 58.2$	$\alpha_1 = 13.5$ $\alpha_2 = 20.5$ $\alpha_3 = 14.2$ $\beta = 51.9$	$\alpha_1 = 15.1$ $\alpha_2 = 25.3$ $\alpha_3 = 20.5$ $\beta = 39.1$	$\alpha_1 = 20.2$ $\alpha_2 = 40.1$ $\alpha_3 = 39.8$
		$\sigma_K^2 = 13.11$	$\sigma_K^2 = 13.54$	$\sigma_K^2 = 13.71$	$\sigma_K^2 = 13.95$	$\sigma_K^2 = 14.27$	$\sigma_K^2 = 14.76$	$\sigma_K^2 = 15.57$	$\sigma_K^2 = 17.21$	$\sigma_K^2 = 22.24$
iZ = 3		$\alpha_1 = 11.4$ $\alpha_2 = 13.0$ $\alpha_3 = 6.7$ $\Sigma \beta = 8.9$	$\alpha_1 = 11.6$ $\alpha_2 = 13.3$ $\alpha_3 = 7.4$ $\beta = 67.7$	$\alpha_1 = 11.8$ $\alpha_2 = 13.6$ $\alpha_3 = 8.3$ $\beta = 66.3$	$\alpha_1 = 12.0$ $\alpha_2 = 14.1$ $\alpha_3 = 9.3$ $\beta = 64.5$	$\alpha_1 = 12.4$ $\alpha_2 = 14.8$ $\alpha_3 = 10.9$ $\beta = 62.0$	$\alpha_1 = 12.9$ $\alpha_2 = 15.8$ $\alpha_3 = 13.1$ $\beta = 58.1$	$\alpha_1 = 13.9$ $\alpha_2 = 17.4$ $\alpha_3 = 17.0$ $\beta = 51.8$	$\alpha_1 = 15.7$ $\alpha_2 = 20.8$ $\alpha_3 = 24.6$ $\beta = 38.9$	$\alpha_1 = 21.2$ $\alpha_2 = 30.9$ $\alpha_3 = 47.8$
		$\sigma_K^2 = 13.12$	$\sigma_K^2 = 13.55$	$\sigma_K^2 = 13.72$	$\sigma_K^2 = 13.95$	$\sigma_K^2 = 14.28$	$\sigma_K^2 = 14.76$	$\sigma_K^2 = 15.57$	$\sigma_K^2 = 17.21$	$\sigma_K^2 = 22.15$

Nombre de passes N°P : 5

- PONDERATEURS DE KRIGEAGE - Pourcentage (43 - 840μ)

Tableau: 3

		Krigeage semi-aléatoire										Krigeage strict	
iZ	N°S	8	7	6	5	4	3	2	1	0			
iZ=1		$\alpha_1 = 15.3$ $\alpha_2 = 5.9$ $\alpha_3 = 6.5$ $\Sigma\beta = 72.3$	$\alpha_1 = 15.6$ $\alpha_2 = 6.0$ $\alpha_3 = 7.1$ $\beta = 71.3$	$\alpha_1 = 16.0$ $\alpha_2 = 6.2$ $\alpha_3 = 7.9$ $\beta = 70.0$	$\alpha_1 = 16.4$ $\alpha_2 = 6.4$ $\alpha_3 = 8.9$ $\beta = 68.3$	$\alpha_1 = 17.1$ $\alpha_2 = 6.7$ $\alpha_3 = 10.3$ $\beta = 65.9$	$\alpha_1 = 18.2$ $\alpha_2 = 7.2$ $\alpha_3 = 12.4$ $\beta = 62.2$	$\alpha_1 = 20.0$ $\alpha_2 = 8.0$ $\alpha_3 = 16.1$ $\beta = 56.0$	$\alpha_1 = 23.7$ $\alpha_2 = 9.6$ $\alpha_3 = 23.7$ $\beta = 43.0$	$\alpha_1 = 36.0$ $\alpha_2 = 15.0$ $\alpha_3 = 49.0$			
		$\sigma_K^2 = 13.33$	$\sigma_K^2 = 13.77$	$\sigma_K^2 = 13.96$	$\sigma_K^2 = 14.22$	$\sigma_K^2 = 14.59$	$\sigma_K^2 = 15.14$	$\sigma_K^2 = 16.08$	$\sigma_K^2 = 18.03$	$\sigma_K^2 = 24.52$			
		$\alpha_1 = 11.3$ $\alpha_2 = 14.3$ $\alpha_3 = 4.1$ $\Sigma\beta = 70.3$	$\alpha_1 = 11.5$ $\alpha_2 = 14.7$ $\alpha_3 = 4.6$ $\beta = 69.2$	$\alpha_1 = 11.7$ $\alpha_2 = 15.2$ $\alpha_3 = 5.1$ $\beta = 68.0$	$\alpha_1 = 11.9$ $\alpha_2 = 16.0$ $\alpha_3 = 5.7$ $\beta = 66.4$	$\alpha_1 = 12.3$ $\alpha_2 = 17.0$ $\alpha_3 = 6.7$ $\beta = 64.1$	$\alpha_1 = 12.8$ $\alpha_2 = 18.5$ $\alpha_3 = 8.2$ $\beta = 60.5$	$\alpha_1 = 13.7$ $\alpha_2 = 21.1$ $\alpha_3 = 10.7$ $\beta = 54.5$	$\alpha_1 = 15.6$ $\alpha_2 = 26.5$ $\alpha_3 = 15.9$ $\beta = 42.0$	$\alpha_1 = 22.0$ $\alpha_2 = 44.6$ $\alpha_3 = 33.4$			
iZ=2		$\sigma_K^2 = 13.15$	$\sigma_K^2 = 13.58$	$\sigma_K^2 = 13.77$	$\sigma_K^2 = 14.01$	$\sigma_K^2 = 14.35$	$\sigma_K^2 = 14.88$	$\sigma_K^2 = 15.77$	$\sigma_K^2 = 17.62$	$\sigma_K^2 = 23.86$			
		$\alpha_1 = 11.3$ $\alpha_2 = 13.1$ $\alpha_3 = 5.5$ $\Sigma\beta = 70.1$	$\alpha_1 = 11.5$ $\alpha_2 = 13.4$ $\alpha_3 = 6.1$ $\beta = 69.0$	$\alpha_1 = 11.7$ $\alpha_2 = 13.8$ $\alpha_3 = 6.8$ $\beta = 67.7$	$\alpha_1 = 11.9$ $\alpha_2 = 14.3$ $\alpha_3 = 7.7$ $\beta = 66.0$	$\alpha_1 = 12.3$ $\alpha_2 = 15.0$ $\alpha_3 = 9.0$ $\beta = 63.7$	$\alpha_1 = 12.8$ $\alpha_2 = 16.1$ $\alpha_3 = 11.0$ $\beta = 60.1$	$\alpha_1 = 13.7$ $\alpha_2 = 17.9$ $\alpha_3 = 14.4$ $\beta = 54.0$	$\alpha_1 = 15.6$ $\alpha_2 = 21.7$ $\alpha_3 = 21.3$ $\beta = 41.4$	$\alpha_1 = 21.8$ $\alpha_2 = 34.2$ $\alpha_3 = 44.0$ $\beta =$			
		$\sigma_K^2 = 13.14$	$\sigma_K^2 = 13.59$	$\sigma_K^2 = 13.76$	$\sigma_K^2 = 14.00$	$\sigma_K^2 = 14.34$	$\sigma_K^2 = 14.86$	$\sigma_K^2 = 15.73$	$\sigma_K^2 = 17.54$	$\sigma_K^2 = 23.49$			
iZ=3													

- PONDERATEURS DE KRIGEAGE _Pourcentage (43_840 μ)

Nombre de passes N°P:4

Tableau :4

		Krigage semi-aléatoire								Krigage strict	
$ Z $	N°S	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
$ Z =1$	α_1	15.4	15.7	16.1	16.7	17.4	18.6	20.6	24.9	40.9	
	α_2	5.9	6.0	6.2	6.4	6.7	7.1	7.9	9.6	15.7	
	α_3	4.7	5.2	5.8	6.6	7.7	9.5	12.5	19.0	43.3	
	β	74.0	73.0	71.9	70.4	68.2	64.8	59.0	46.5	26.2	
$ Z =2$	σ_K^2	13.37	13.82	14.02	14.30	14.69	15.28	16.31	18.54	25.87	
	α_1	11.2	11.4	11.6	11.8	12.1	12.7	13.6	15.6	22.9	
	α_2	14.6	15.1	15.7	16.5	17.6	19.3	22.3	28.7	52.7	
	α_3	2.6	2.9	3.2	3.6	4.3	5.3	7.0	10.6	24.3	
	β	71.6	70.6	69.6	68.1	66.0	62.8	57.2	45.1	25.87	
	σ_K^2	13.17	13.62	13.81	14.06	14.43	14.98	15.95	18.04	25.87	

-PONDERATEURS DE KRIGEAGE_Pourcentage(43-840μ)

Nombre de passes_NFP:3

Tableau:5

		Krigage strict							Krigage semi-aléatoire							Krigage strict	
IZ	NS	8	7	6	5	4	3	2	1	0							
IZ=1		$\alpha_1 = 15.4$ $\alpha_2 = 6.1$ $\alpha_3 = 2.9$ $\Sigma \beta = 75.6$	$\alpha_1 = 15.7$ $\alpha_2 = 6.3$ $\alpha_3 = 3.3$ $\beta = 74.7$	$\alpha_1 = 16.1$ $\alpha_2 = 6.5$ $\alpha_3 = 3.7$ $\beta = 73.8$	$\alpha_1 = 16.6$ $\alpha_2 = 6.7$ $\alpha_3 = 4.2$ $\beta = 72.4$	$\alpha_1 = 17.4$ $\alpha_2 = 7.1$ $\alpha_3 = 5.0$ $\beta = 70.5$	$\alpha_1 = 18.6$ $\alpha_2 = 7.6$ $\alpha_3 = 6.2$ $\beta = 67.6$	$\alpha_1 = 20.8$ $\alpha_2 = 8.5$ $\alpha_3 = 8.3$ $\beta = 62.4$	$\alpha_1 = 25.6$ $\alpha_2 = 10.7$ $\alpha_3 = 13.1$ $\beta = 50.6$	$\alpha_1 = 46.3$ $\alpha_2 = 19.9$ $\alpha_3 = 33.8$							
		$\sigma_K^2 = 13.40$	$\sigma_K^2 = 13.87$	$\sigma_K^2 = 14.08$	$\sigma_K^2 = 14.37$	$\sigma_K^2 = 14.78$	$\sigma_K^2 = 15.42$	$\sigma_K^2 = 16.56$	$\sigma_K^2 = 19.12$	$\sigma_K^2 = 30.12$							
		$\alpha_1 = 11.1$ $\alpha_2 = 15.9$ $\Sigma \beta = 73.0$	$\alpha_1 = 11.3$ $\alpha_2 = 16.6$ $\beta = 72.1$	$\alpha_1 = 11.4$ $\alpha_2 = 17.4$ $\beta = 71.2$	$\alpha_1 = 11.7$ $\alpha_2 = 18.4$ $\beta = 69.9$	$\alpha_1 = 12.0$ $\alpha_2 = 19.9$ $\beta = 68.1$	$\alpha_1 = 12.5$ $\alpha_2 = 22.2$ $\beta = 65.2$	$\alpha_1 = 13.4$ $\alpha_2 = 26.4$ $\beta = 60.2$	$\alpha_1 = 15.5$ $\alpha_2 = 35.7$ $\beta = 48.8$	$\alpha_1 = 24.4$ $\alpha_2 = 75.6$							
IZ=2		$\sigma_K^2 = 13.20$	$\sigma_K^2 = 13.65$	$\sigma_K^2 = 13.85$	$\sigma_K^2 = 14.12$	$\sigma_K^2 = 14.50$	$\sigma_K^2 = 15.10$	$\sigma_K^2 = 16.16$	$\sigma_K^2 = 18.54$	$\sigma_K^2 = 28.81$							

_PONDERATEURS DE KRIGEAGE _ Pourcentage (43-840μ)

Nombre de passes - N°P: 2

Tableau: 6

		Krigeage semi-aléatoire							Krigeage strict	
IZ	NS	8	7	6	5	4	3	2	1	0
IZ=1		$\alpha_1 = 15.3$ $\alpha_2 = 7.7$	$\alpha_1 = 15.6$ $\alpha_2 = 8.0$	$\alpha_1 = 16.0$ $\alpha_2 = 8.4$	$\alpha_1 = 16.5$ $\alpha_2 = 8.9$	$\alpha_1 = 17.3$ $\alpha_2 = 9.7$	$\alpha_1 = 18.5$ $\alpha_2 = 10.9$	$\alpha_1 = 20.8$ $\alpha_2 = 13.2$	$\alpha_1 = 26.0$ $\alpha_2 = 18.4$	$\alpha_1 = 53.8$ $\alpha_2 = 46.2$
		$\Sigma \beta = 77.0$	$\beta = 76.4$	$\beta = 75.6$	$\beta = 74.6$	$\beta = 73.0$	$\beta = 70.5$	$\beta = 66.1$	$\beta = 55.5$	
		$\sigma_K^2 = 13.44$	$\sigma_K^2 = 13.90$	$\sigma_K^2 = 14.13$	$\sigma_K^2 = 14.43$	$\sigma_K^2 = 14.87$	$\sigma_K^2 = 15.57$	$\sigma_K^2 = 16.83$	$\sigma_K^2 = 19.80$	$\sigma_K^2 = 35.47$

- PONDERATEURS DE KRIGEAGE _ Pourcentage (43-840)

Nombre de passes _ N.P.:1

Tableau:7

		Krigage semi-aléatoire							Krigage strict	
IZ	N5	8	7	6	5	4	3	2	1	0
		$\alpha_1 = 19.1$	$\alpha_1 = 19.6$	$\alpha_1 = 20.2$	$\alpha_1 = 21.1$	$\alpha_1 = 22.3$	$\alpha_1 = 24.3$	$\alpha_1 = 28.1$	$\alpha_1 = 37.3$	$\alpha_1 = 1 .$
IZ=1		$\beta = 80.9$	$\beta = 80.4$	$\beta = 79.8$	$\beta = 78.9$	$\beta = 77.7$	$\beta = 75.7$	$\beta = 71.9$	$\beta = 62.7$	
		$\sigma_K^2 = 13.65$	$\sigma_K^2 = 14.14$	$\sigma_K^2 = 14.39$	$\sigma_K^2 = 14.73$	$\sigma_K^2 = 15.22$	$\sigma_K^2 = 16.02$	$\sigma_K^2 = 17.49$	$\sigma_K^2 = 21.14$	$\sigma_K^2 = 45.94$

NP=7

		Krigage strict					Krigage semi-aléatoire					Krigage strict								
IZ	NS	Krigage strict					Krigage semi-aléatoire					Krigage strict								
		8	7	6	5	4	3	2	1	0		8	7	6	5	4	3	2	1	0
1		$\alpha_1 = 14.2$ $\alpha_2 = 6.2$ $\alpha_3 = 10.9$ $\Sigma \beta = 68.7$	$\alpha_1 = 14.5$ $\alpha_2 = 6.3$ $\alpha_3 = 11.8$ $\beta = 67.4$	$\alpha_1 = 14.8$ $\alpha_2 = 6.5$ $\alpha_3 = 12.9$ $\beta = 65.8$	$\alpha_1 = 15.2$ $\alpha_2 = 6.7$ $\alpha_3 = 14.3$ $\beta = 63.8$	$\alpha_1 = 15.8$ $\alpha_2 = 7.$ $\alpha_3 = 16.3$ $\beta = 60.9$	$\alpha_1 = 16.7$ $\alpha_2 = 7.5$ $\alpha_3 = 19.1$ $\beta = 56.7$	$\alpha_1 = 18.1$ $\alpha_2 = 8.2$ $\alpha_3 = 23.9$ $\beta = 49.8$	$\alpha_1 = 20.8$ $\alpha_2 = 9.6$ $\alpha_3 = 33.$ $\beta = 36.5$	$\alpha_1 = 28.3$ $\alpha_2 = 13.6$ $\alpha_3 = 58.1$		$\alpha_1 = 10.62$ $\sigma_K^2 = 11.21$	$\alpha_1 = 11.06$ $\sigma_K^2 = 11.41$	$\alpha_1 = 11.21$ $\sigma_K^2 = 11.68$	$\alpha_1 = 12.09$ $\sigma_K^2 = 12.09$	$\alpha_1 = 12.76$ $\sigma_K^2 = 12.76$	$\alpha_1 = 14.04$ $\sigma_K^2 = 14.04$	$\alpha_1 = 17.58$ $\sigma_K^2 = 17.58$		
		$\alpha_1 = 10.7$ $\alpha_2 = 14.2$ $\alpha_3 = 8.3$ $\Sigma \beta = 66.8$	$\alpha_1 = 10.9$ $\alpha_2 = 14.6$ $\alpha_3 = 9.$ $\beta = 65.5$	$\alpha_1 = 11.$ $\alpha_2 = 15.1$ $\alpha_3 = 9.9$ $\beta = 64.$	$\alpha_1 = 11.3$ $\alpha_2 = 15.7$ $\alpha_3 = 11.$ $\beta = 62.$	$\alpha_1 = 11.6$ $\alpha_2 = 16.6$ $\alpha_3 = 12.5$ $\beta = 59.3$	$\alpha_1 = 12.1$ $\alpha_2 = 17.9$ $\alpha_3 = 14.8$ $\beta = 55.2$	$\alpha_1 = 12.9$ $\alpha_2 = 20.1$ $\alpha_3 = 18.5$ $\beta = 48.6$	$\alpha_1 = 14.4$ $\alpha_2 = 24.3$ $\alpha_3 = 25.7$ $\beta = 35.6$	$\alpha_1 = 18.6$ $\alpha_2 = 35.8$ $\alpha_3 = 45.6$		$\alpha_1 = 10.46$ $\sigma_K^2 = 11.04$	$\alpha_1 = 10.90$ $\sigma_K^2 = 11.23$	$\alpha_1 = 11.04$ $\sigma_K^2 = 11.49$	$\alpha_1 = 11.87$ $\sigma_K^2 = 12.51$	$\alpha_1 = 13.73$ $\sigma_K^2 = 13.73$	$\alpha_1 = 17.11$ $\sigma_K^2 = 17.11$			
2		$\alpha_1 = 10.8$ $\alpha_2 = 13.2$ $\alpha_3 = 9.2$ $\Sigma \beta = 66.8$	$\alpha_1 = 11.$ $\alpha_2 = 13.5$ $\alpha_3 = 10.$ $\beta = 65.5$	$\alpha_1 = 11.1$ $\alpha_2 = 13.9$ $\alpha_3 = 10.9$ $\beta = 64.1$	$\alpha_1 = 11.4$ $\alpha_2 = 14.4$ $\alpha_3 = 12.2$ $\beta = 62.1$	$\alpha_1 = 11.7$ $\alpha_2 = 15.1$ $\alpha_3 = 13.9$ $\beta = 59.3$	$\alpha_1 = 12.2$ $\alpha_2 = 16.1$ $\alpha_3 = 16.4$ $\beta = 55.2$	$\alpha_1 = 13.1$ $\alpha_2 = 17.8$ $\alpha_3 = 20.6$ $\beta = 48.5$	$\alpha_1 = 14.6$ $\alpha_2 = 21.1$ $\alpha_3 = 28.7$ $\beta = 35.6$	$\alpha_1 = 19.$ $\alpha_2 = 30.$ $\alpha_3 = 50.9$		$\alpha_1 = 10.47$ $\sigma_K^2 = 11.04$	$\alpha_1 = 10.90$ $\sigma_K^2 = 11.23$	$\alpha_1 = 11.04$ $\sigma_K^2 = 11.49$	$\alpha_1 = 11.88$ $\sigma_K^2 = 12.51$	$\alpha_1 = 13.73$ $\sigma_K^2 = 13.73$	$\alpha_1 = 17.10$ $\sigma_K^2 = 17.10$			
		$\alpha_1 = 10.9$ $\alpha_2 = 12.8$ $\alpha_3 = 9.3$ $\Sigma \beta = 67.$	$\alpha_1 = 11.1$ $\alpha_2 = 13.1$ $\alpha_3 = 10.2$ $\beta = 66.7$	$\alpha_1 = 11.3$ $\alpha_2 = 13.4$ $\alpha_3 = 11.1$ $\beta = 64.1$	$\alpha_1 = 11.6$ $\alpha_2 = 13.8$ $\alpha_3 = 12.4$ $\beta = 62.2$	$\alpha_1 = 12.$ $\alpha_2 = 14.5$ $\alpha_3 = 14.2$ $\beta = 59.4$	$\alpha_1 = 12.5$ $\alpha_2 = 15.3$ $\alpha_3 = 16.9$ $\beta = 55.3$	$\alpha_1 = 13.4$ $\alpha_2 = 16.8$ $\alpha_3 = 21.2$ $\beta = 48.6$	$\alpha_1 = 15.1$ $\alpha_2 = 19.7$ $\alpha_3 = 29.6$ $\beta = 35.6$	$\alpha_1 = 19.9$ $\alpha_2 = 27.4$ $\alpha_3 = 52.7$		$\alpha_1 = 10.47$ $\sigma_K^2 = 11.05$	$\alpha_1 = 10.91$ $\sigma_K^2 = 11.24$	$\alpha_1 = 11.05$ $\sigma_K^2 = 11.50$	$\alpha_1 = 11.88$ $\sigma_K^2 = 12.52$	$\alpha_1 = 13.74$ $\sigma_K^2 = 13.74$	$\alpha_1 = 17.10$ $\sigma_K^2 = 17.10$			
3		$\alpha_1 = 10.8$ $\alpha_2 = 13.2$ $\alpha_3 = 9.2$ $\Sigma \beta = 66.8$	$\alpha_1 = 11.$ $\alpha_2 = 13.5$ $\alpha_3 = 10.$ $\beta = 65.5$	$\alpha_1 = 11.1$ $\alpha_2 = 13.9$ $\alpha_3 = 10.9$ $\beta = 64.1$	$\alpha_1 = 11.4$ $\alpha_2 = 14.4$ $\alpha_3 = 12.2$ $\beta = 62.1$	$\alpha_1 = 11.7$ $\alpha_2 = 15.1$ $\alpha_3 = 13.9$ $\beta = 59.3$	$\alpha_1 = 12.2$ $\alpha_2 = 16.1$ $\alpha_3 = 16.4$ $\beta = 55.2$	$\alpha_1 = 13.1$ $\alpha_2 = 17.8$ $\alpha_3 = 20.6$ $\beta = 48.5$	$\alpha_1 = 14.6$ $\alpha_2 = 21.1$ $\alpha_3 = 28.7$ $\beta = 35.6$	$\alpha_1 = 19.$ $\alpha_2 = 30.$ $\alpha_3 = 50.9$		$\alpha_1 = 10.47$ $\sigma_K^2 = 11.04$	$\alpha_1 = 10.90$ $\sigma_K^2 = 11.23$	$\alpha_1 = 11.04$ $\sigma_K^2 = 11.49$	$\alpha_1 = 11.88$ $\sigma_K^2 = 12.51$	$\alpha_1 = 13.73$ $\sigma_K^2 = 13.73$	$\alpha_1 = 17.10$ $\sigma_K^2 = 17.10$			
		$\alpha_1 = 10.9$ $\alpha_2 = 12.8$ $\alpha_3 = 9.3$ $\Sigma \beta = 67.$	$\alpha_1 = 11.1$ $\alpha_2 = 13.1$ $\alpha_3 = 10.2$ $\beta = 66.7$	$\alpha_1 = 11.3$ $\alpha_2 = 13.4$ $\alpha_3 = 11.1$ $\beta = 64.1$	$\alpha_1 = 11.6$ $\alpha_2 = 13.8$ $\alpha_3 = 12.4$ $\beta = 62.2$	$\alpha_1 = 12.$ $\alpha_2 = 14.5$ $\alpha_3 = 14.2$ $\beta = 59.4$	$\alpha_1 = 12.5$ $\alpha_2 = 15.3$ $\alpha_3 = 16.9$ $\beta = 55.3$	$\alpha_1 = 13.4$ $\alpha_2 = 16.8$ $\alpha_3 = 21.2$ $\beta = 48.6$	$\alpha_1 = 15.1$ $\alpha_2 = 19.7$ $\alpha_3 = 29.6$ $\beta = 35.6$	$\alpha_1 = 19.9$ $\alpha_2 = 27.4$ $\alpha_3 = 52.7$		$\alpha_1 = 10.47$ $\sigma_K^2 = 11.05$	$\alpha_1 = 10.91$ $\sigma_K^2 = 11.24$	$\alpha_1 = 11.05$ $\sigma_K^2 = 11.50$	$\alpha_1 = 11.88$ $\sigma_K^2 = 12.52$	$\alpha_1 = 13.74$ $\sigma_K^2 = 13.74$	$\alpha_1 = 17.10$ $\sigma_K^2 = 17.10$			
4		$\alpha_1 = 10.8$ $\alpha_2 = 13.2$ $\alpha_3 = 9.2$ $\Sigma \beta = 66.8$	$\alpha_1 = 11.$ $\alpha_2 = 13.5$ $\alpha_3 = 10.$ $\beta = 65.5$	$\alpha_1 = 11.1$ $\alpha_2 = 13.9$ $\alpha_3 = 10.9$ $\beta = 64.1$	$\alpha_1 = 11.4$ $\alpha_2 = 14.4$ $\alpha_3 = 12.2$ $\beta = 62.1$	$\alpha_1 = 11.7$ $\alpha_2 = 15.1$ $\alpha_3 = 13.9$ $\beta = 59.3$	$\alpha_1 = 12.2$ $\alpha_2 = 16.1$ $\alpha_3 = 16.4$ $\beta = 55.2$	$\alpha_1 = 13.1$ $\alpha_2 = 17.8$ $\alpha_3 = 20.6$ $\beta = 48.5$	$\alpha_1 = 14.6$ $\alpha_2 = 21.1$ $\alpha_3 = 28.7$ $\beta = 35.6$	$\alpha_1 = 19.$ $\alpha_2 = 30.$ $\alpha_3 = 50.9$		$\alpha_1 = 10.47$ $\sigma_K^2 = 11.04$	$\alpha_1 = 10.90$ $\sigma_K^2 = 11.23$	$\alpha_1 = 11.04$ $\sigma_K^2 = 11.49$	$\alpha_1 = 11.88$ $\sigma_K^2 = 12.51$	$\alpha_1 = 13.73$ $\sigma_K^2 = 13.73$	$\alpha_1 = 17.10$ $\sigma_K^2 = 17.10$			
		$\alpha_1 = 10.9$ $\alpha_2 = 12.8$ $\alpha_3 = 9.3$ $\Sigma \beta = 67.$	$\alpha_1 = 11.1$ $\alpha_2 = 13.1$ $\alpha_3 = 10.2$ $\beta = 66.7$	$\alpha_1 = 11.3$ $\alpha_2 = 13.4$ $\alpha_3 = 11.1$ $\beta = 64.1$	$\alpha_1 = 11.6$ $\alpha_2 = 13.8$ $\alpha_3 = 12.4$ $\beta = 62.2$	$\alpha_1 = 12.$ $\alpha_2 = 14.5$ $\alpha_3 = 14.2$ $\beta = 59.4$	$\alpha_1 = 12.5$ $\alpha_2 = 15.3$ $\alpha_3 = 16.9$ $\beta = 55.3$	$\alpha_1 = 13.4$ $\alpha_2 = 16.8$ $\alpha_3 = 21.2$ $\beta = 48.6$	$\alpha_1 = 15.1$ $\alpha_2 = 19.7$ $\alpha_3 = 29.6$ $\beta = 35.6$	$\alpha_1 = 19.9$ $\alpha_2 = 27.4$ $\alpha_3 = 52.7$		$\alpha_1 = 10.47$ $\sigma_K^2 = 11.05$	$\alpha_1 = 10.91$ $\sigma_K^2 = 11.24$	$\alpha_1 = 11.05$ $\sigma_K^2 = 11.50$	$\alpha_1 = 11.88$ $\sigma_K^2 = 12.52$	$\alpha_1 = 13.74$ $\sigma_K^2 = 13.74$	$\alpha_1 = 17.10$ $\sigma_K^2 = 17.10$			

Tableau: 9

		Krigeage semi-aléatoire								Krigeage strict	
I Z	N S	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
Z =1		$\alpha_1 = 14.3$ $\alpha_2 = 6.2$ $\alpha_3 = 9.1$ $\Sigma\beta = 70.4$ $\sigma_K^2 = 10.65$	$\alpha_1 = 14.6$ $\alpha_2 = 6.4$ $\alpha_3 = 10.0$ $\beta = 69.0$ $\sigma_K^2 = 11.10$	$\alpha_1 = 15.0$ $\alpha_2 = 6.5$ $\alpha_3 = 10.9$ $\beta = 67.6$ $\sigma_K^2 = 11.26$	$\alpha_1 = 15.4$ $\alpha_2 = 6.8$ $\alpha_3 = 12.1$ $\beta = 65.7$ $\sigma_K^2 = 11.47$	$\alpha_1 = 16$ $\alpha_2 = 7.1$ $\alpha_3 = 13.9$ $\beta = 63.0$ $\sigma_K^2 = 11.76$	$\alpha_1 = 17$ $\alpha_2 = 7.6$ $\alpha_3 = 16.4$ $\beta = 59.0$ $\sigma_K^2 = 12.20$	$\alpha_1 = 18.5$ $\alpha_2 = 8.4$ $\alpha_3 = 20.7$ $\beta = 52.3$ $\sigma_K^2 = 12.93$	$\alpha_1 = 21.7$ $\alpha_2 = 10.0$ $\alpha_3 = 29.2$ $\beta = 39.1$ $\sigma_K^2 = 14.37$	$\alpha_1 = 30.8$ $\alpha_2 = 14.8$ $\alpha_3 = 54.4$ $\sigma_K^2 = 18.65$	
		$\alpha_1 = 10.8$ $\alpha_2 = 14.3$ $\alpha_3 = 6.6$ $\Sigma\beta = 68.3$ $\sigma_K^2 = 10.50$	$\alpha_1 = 10.9$ $\alpha_2 = 14.8$ $\alpha_3 = 7.2$ $\beta = 67.1$ $\sigma_K^2 = 10.94$	$\alpha_1 = 11.1$ $\alpha_2 = 15.3$ $\alpha_3 = 7.9$ $\beta = 65.7$ $\sigma_K^2 = 11.08$	$\alpha_1 = 11.4$ $\alpha_2 = 16.0$ $\alpha_3 = 8.8$ $\beta = 63.9$ $\sigma_K^2 = 11.28$	$\alpha_1 = 11.7$ $\alpha_2 = 16.9$ $\alpha_3 = 10.1$ $\beta = 61.3$ $\sigma_K^2 = 11.56$	$\alpha_1 = 12.3$ $\alpha_2 = 18.4$ $\alpha_3 = 12.0$ $\beta = 57.4$ $\sigma_K^2 = 11.97$	$\alpha_1 = 13.1$ $\alpha_2 = 20.7$ $\alpha_3 = 15.2$ $\beta = 51.0$ $\sigma_K^2 = 12.66$	$\alpha_1 = 14.9$ $\alpha_2 = 25.5$ $\alpha_3 = 21.5$ $\beta = 38.1$ $\sigma_K^2 = 14.04$	$\alpha_1 = 20.1$ $\alpha_2 = 32.5$ $\alpha_3 = 40.4$ $\sigma_K^2 = 18.13$	
		$\alpha_1 = 10.9$ $\alpha_2 = 13.1$ $\alpha_3 = 7.7$ $\Sigma\beta = 68.3$ $\sigma_K^2 = 10.50$	$\alpha_1 = 11.0$ $\alpha_2 = 13.5$ $\alpha_3 = 8.4$ $\beta = 67.1$ $\sigma_K^2 = 10.94$	$\alpha_1 = 11.2$ $\alpha_2 = 13.9$ $\alpha_3 = 9.2$ $\beta = 65.7$ $\sigma_K^2 = 11.09$	$\alpha_1 = 11.5$ $\alpha_2 = 14.4$ $\alpha_3 = 10.3$ $\beta = 63.8$ $\sigma_K^2 = 11.28$	$\alpha_1 = 11.9$ $\alpha_2 = 15.1$ $\alpha_3 = 11.9$ $\beta = 61.2$ $\sigma_K^2 = 11.56$	$\alpha_1 = 12.4$ $\alpha_2 = 16.1$ $\alpha_3 = 14.2$ $\beta = 57.3$ $\sigma_K^2 = 11.97$	$\alpha_1 = 13.4$ $\alpha_2 = 17.9$ $\alpha_3 = 18.0$ $\beta = 50.8$ $\sigma_K^2 = 12.66$	$\alpha_1 = 15.2$ $\alpha_2 = 21.3$ $\alpha_3 = 25.5$ $\beta = 37.9$ $\sigma_K^2 = 14.02$	$\alpha_1 = 20.6$ $\alpha_2 = 31.6$ $\alpha_3 = 47.9$ $\sigma_K^2 = 18.05$	

- PONDERATEURS DE KRIGEAGE_Accumulation(43-840μ)

Tableau:10

- nombre de passes_NP=5_

		Krigage strict					Krigage semi-aléatoire					Krigage strict				
IZ	NFS	8	7	6	5	4	3	2	1	0						
1		$\alpha_1 = 14.5$ $\alpha_2 = 6.3$ $\alpha_3 = 7.3$ $\Sigma \beta = 71.9$	$\alpha_1 = 14.8$ $\alpha_2 = 6.4$ $\alpha_3 = 8.0$ $\beta = 70.8$	$\alpha_1 = 15.1$ $\alpha_2 = 6.6$ $\alpha_3 = 8.8$ $\beta = 69.5$	$\alpha_1 = 15.6$ $\alpha_2 = 6.8$ $\alpha_3 = 9.8$ $\beta = 67.7$	$\alpha_1 = 16.3$ $\alpha_2 = 7.2$ $\alpha_3 = 11.2$ $\beta = 65.3$	$\alpha_1 = 17.3$ $\alpha_2 = 7.7$ $\alpha_3 = 13.5$ $\beta = 61.5$	$\alpha_1 = 19.1$ $\alpha_2 = 8.6$ $\alpha_3 = 17.2$ $\beta = 55.2$	$\alpha_1 = 22.7$ $\alpha_2 = 10.4$ $\alpha_3 = 24.8$ $\beta = 42.1$	$\alpha_1 = 34.3$ $\alpha_2 = 16.1$ $\alpha_3 = 49.6$						
		$\sigma_K^2 = 10.69$	$\sigma_K^2 = 11.15$	$\sigma_K^2 = 11.31$	$\sigma_K^2 = 11.54$	$\sigma_K^2 = 11.85$	$\sigma_K^2 = 12.32$	$\sigma_K^2 = 13.12$	$\sigma_K^2 = 14.76$	$\sigma_K^2 = 20.07$						
		$\alpha_1 = 10.9$ $\alpha_2 = 14.5$ $\alpha_3 = 4.7$ $\Sigma \beta = 69.9$	$\alpha_1 = 11.0$ $\alpha_2 = 15.0$ $\alpha_3 = 5.2$ $\beta = 68.8$	$\alpha_1 = 11.2$ $\alpha_2 = 15.5$ $\alpha_3 = 5.7$ $\beta = 67.5$	$\alpha_1 = 11.5$ $\alpha_2 = 16.2$ $\alpha_3 = 6.4$ $\beta = 65.8$	$\alpha_1 = 11.9$ $\alpha_2 = 17.2$ $\alpha_3 = 7.4$ $\beta = 63.4$	$\alpha_1 = 12.5$ $\alpha_2 = 18.8$ $\alpha_3 = 9.0$ $\beta = 59.8$	$\alpha_1 = 13.4$ $\alpha_2 = 21.4$ $\alpha_3 = 11.5$ $\beta = 53.7$	$\alpha_1 = 15.5$ $\alpha_2 = 26.7$ $\alpha_3 = 16.8$ $\beta = 41.1$	$\alpha_1 = 22.0$ $\alpha_2 = 44.1$ $\alpha_3 = 33.9$						
2		$\sigma_K^2 = 10.53$	$\sigma_K^2 = 10.98$	$\sigma_K^2 = 11.13$	$\sigma_K^2 = 11.34$	$\sigma_K^2 = 11.64$	$\sigma_K^2 = 12.09$	$\sigma_K^2 = 12.84$	$\sigma_K^2 = 14.40$	$\sigma_K^2 = 19.48$						
		$\alpha_1 = 10.8$ $\alpha_2 = 13.3$ $\alpha_3 = 6.4$ $\Sigma \beta = 69.5$	$\alpha_1 = 11.0$ $\alpha_2 = 13.6$ $\alpha_3 = 7.0$ $\beta = 68.4$	$\alpha_1 = 11.2$ $\alpha_2 = 14.0$ $\alpha_3 = 7.6$ $\beta = 67.1$	$\alpha_1 = 11.4$ $\alpha_2 = 14.6$ $\alpha_3 = 8.6$ $\beta = 65.4$	$\alpha_1 = 11.8$ $\alpha_2 = 15.4$ $\alpha_3 = 9.9$ $\beta = 63.0$	$\alpha_1 = 12.3$ $\alpha_2 = 16.5$ $\alpha_3 = 11.8$ $\beta = 59.3$	$\alpha_1 = 13.3$ $\alpha_2 = 18.5$ $\alpha_3 = 15.1$ $\beta = 53.1$	$\alpha_1 = 15.2$ $\alpha_2 = 22.5$ $\alpha_3 = 21.9$ $\beta = 40.5$	$\alpha_1 = 21.3$ $\alpha_2 = 35.2$ $\alpha_3 = 43.4$						
		$\sigma_K^2 = 10.52$	$\sigma_K^2 = 10.97$	$\sigma_K^2 = 11.12$	$\sigma_K^2 = 11.33$	$\sigma_K^2 = 11.62$	$\sigma_K^2 = 12.06$	$\sigma_K^2 = 12.81$	$\sigma_K^2 = 14.33$	$\sigma_K^2 = 19.19$						
3																

		Krigage semi-aléatoire								Krigage strict
IZ	N°	8	7	6	5	4	3	2	1	0
		IZ=1	$\alpha_1 = 14.6$ $\alpha_2 = 6.2$ $\alpha_3 = 5.4$ $\beta = 73.8$ $\sigma_K^2 = 10.73$	$\alpha_1 = 15.0$ $\alpha_2 = 6.4$ $\alpha_3 = 5.9$ $\beta = 72.7$ $\sigma_K^2 = 11.20$	$\alpha_1 = 15.4$ $\alpha_2 = 6.6$ $\alpha_3 = 6.5$ $\beta = 71.6$ $\sigma_K^2 = 11.37$	$\alpha_1 = 15.9$ $\alpha_2 = 6.8$ $\alpha_3 = 7.3$ $\beta = 70.0$ $\sigma_K^2 = 11.61$	$\alpha_1 = 16.6$ $\alpha_2 = 7.2$ $\alpha_3 = 8.5$ $\beta = 67.7$ $\sigma_K^2 = 11.94$	$\alpha_1 = 17.8$ $\alpha_2 = 7.7$ $\alpha_3 = 10.3$ $\beta = 64.3$ $\sigma_K^2 = 12.46$	$\alpha_1 = 19.7$ $\alpha_2 = 8.6$ $\alpha_3 = 13.4$ $\beta = 58.3$ $\sigma_K^2 = 13.34$	$\alpha_1 = 23.9$ $\alpha_2 = 10.5$ $\alpha_3 = 19.9$ $\beta = 45.7$ $\sigma_K^2 = 15.22$
IZ=2		$\alpha_1 = 10.8$ $\alpha_2 = 14.8$ $\alpha_3 = 3.0$ $\beta = 71.4$ $\sigma_K^2 = 10.56$	$\alpha_1 = 11.0$ $\alpha_2 = 15.4$ $\alpha_3 = 3.3$ $\beta = 70.3$ $\sigma_K^2 = 11.01$	$\alpha_1 = 11.2$ $\alpha_2 = 16.0$ $\alpha_3 = 3.7$ $\beta = 69.2$ $\sigma_K^2 = 11.18$	$\alpha_1 = 11.4$ $\alpha_2 = 16.8$ $\alpha_3 = 4.1$ $\beta = 67.7$ $\sigma_K^2 = 11.40$	$\alpha_1 = 11.8$ $\alpha_2 = 17.9$ $\alpha_3 = 4.8$ $\beta = 65.5$ $\sigma_K^2 = 11.71$	$\alpha_1 = 12.4$ $\alpha_2 = 19.6$ $\alpha_3 = 5.8$ $\beta = 62.2$ $\sigma_K^2 = 12.19$	$\alpha_1 = 13.4$ $\alpha_2 = 22.6$ $\alpha_3 = 7.5$ $\beta = 56.5$ $\sigma_K^2 = 13.02$	$\alpha_1 = 15.5$ $\alpha_2 = 29.1$ $\alpha_3 = 11.2$ $\beta = 44.2$ $\sigma_K^2 = 14.79$	$\alpha_1 = 23.3$ $\alpha_2 = 52.3$ $\alpha_3 = 24.4$ $\sigma_K^2 = 21.17$

Nombre de passes NP:3

-PONDERATEURS DE KRIGEAGE - Accumulation(43_840μ)

Tableau:12

		Krigage strict							Krigage semi-aléatoire							Krigage strict	
Z	NS	8	7	6	5	4	3	2	1	0							
IZ=1		$\alpha_1 = 14.6$ $\alpha_2 = 6.5$ $\alpha_3 = 3.4$ $\beta = 75.5$	$\alpha_1 = 15.0$ $\alpha_2 = 6.7$ $\alpha_3 = 3.7$ $\beta = 74.6$	$\alpha_1 = 15.4$ $\alpha_2 = 6.9$ $\alpha_3 = 4.1$ $\beta = 73.6$	$\alpha_1 = 15.9$ $\alpha_2 = 7.2$ $\alpha_3 = 4.7$ $\beta = 72.2$	$\alpha_1 = 16.3$ $\alpha_2 = 7.6$ $\alpha_3 = 5.5$ $\beta = 70.3$	$\alpha_1 = 17.9$ $\alpha_2 = 8.3$ $\alpha_3 = 6.7$ $\beta = 67.1$	$\alpha_1 = 20.0$ $\alpha_2 = 9.3$ $\alpha_3 = 8.0$ $\beta = 61.8$	$\alpha_1 = 24.8$ $\alpha_2 = 11.6$ $\alpha_3 = 13.5$ $\beta = 49.9$	$\alpha_1 = 44.5$ $\alpha_2 = 22.2$ $\alpha_3 = 33.3$							
		$\sigma_K^2 = 10.77$	$\sigma_K^2 = 11.24$	$\sigma_K^2 = 11.43$	$\sigma_K^2 = 11.68$	$\sigma_K^2 = 12.04$	$\sigma_K^2 = 12.59$	$\sigma_K^2 = 13.57$	$\sigma_K^2 = 15.75$	$\sigma_K^2 = 24.84$							
IZ=2		$\alpha_1 = 10.8$ $\alpha_2 = 16.3$	$\alpha_1 = 10.9$ $\alpha_2 = 17.0$	$\alpha_1 = 11.1$ $\alpha_2 = 17.7$	$\alpha_1 = 11.4$ $\alpha_2 = 18.8$	$\alpha_1 = 11.8$ $\alpha_2 = 20.3$	$\alpha_1 = 12.4$ $\alpha_2 = 22.6$	$\alpha_1 = 13.5$ $\alpha_2 = 26.8$	$\alpha_1 = 15.9$ $\alpha_2 = 35.9$	$\alpha_1 = 25.9$ $\alpha_2 = 74.1$							
		$\beta = 72.9$	$\beta = 72.1$	$\beta = 71.1$	$\beta = 69.8$	$\beta = 67.9$	$\beta = 64.9$	$\beta = 59.7$	$\beta = 48.2$	$\sigma_K^2 = 23.75$							

Nombre de passes - NP: 2

- PONDERATEURS DE KRIGEAGE - Accumulation 5 - 840 μ

Tableau: 13

NS \ IZ		Krigage semi-aléatoire								Krigage strict	
		8	7	6	5	4	3	2	1	0	
IZ=1	α_1	14.6	15.0	15.4	15.8	16.7	18.0	20.5	25.8	$\alpha_1 = 53.5$	
	α_2	8.1	8.5	8.9	9.4	10.2	11.5	13.8	19.2	$\alpha_2 = 46.7$	
	β	77.3	76.6	75.8	74.6	73.0	70.4	66.0	55.0		
	σ_K^2	10.80	11.29	11.48	11.75	12.13	12.74		16.40	$\sigma_K^2 = 29.41$	

_PONDERATEURS DE KRIGEAGE _Accumulation(43_840μ)

Nombre de passes _NP;1

Tableau :14

		Krigeage semi-aléatoire							Krigeage strict	
IZ	NS	8	7	6	5	4	3	2	1	0
IZ=1		$\alpha_1 = 18.4$	$\alpha_1 = 19.0$	$\alpha_1 = 19.6$	$\alpha_1 = 20.5$	$\alpha_1 = 21.8$	$\alpha_1 = 23.8$	$\alpha_1 = 27.7$	$\alpha_1 = 37.1$	$\alpha_1 = 1.$
		$\Sigma \beta = 81.6$	$\beta = 81.$	$\beta = 80.4$	$\beta = 79.5$	$\beta = 78.2$	$\beta = 76.2$	$\beta = 72.3$	$\beta = 62.9$	
		$\sigma_K^2 = 11.02$	$\sigma_K^2 = 11.52$	$\sigma_K^2 = 11.74$	$\sigma_K^2 = 12.04$	$\sigma_K^2 = 12.48$	$\sigma_K^2 = 13.18$	$\sigma_K^2 = 14.48$	$\sigma_K^2 = 17.70$	$\sigma_K^2 = 39.10$

PONDERATEURS θ_j DU KRIGEAGE STRICT

AUREOLE COMPLETE $_{NS=8}$

Pourcentage (63, 84, 94)

N°P	1°	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
7	1	11.5	27.8	17.0	10.3	1.6
	2	11.1	27.4	16.1	9.4	1.6
	3	11.2	27.3	17.3	9.3	1.6
	4	11.3	27.4	17.4	10.0	1.7
6	1	11.6	28.3	16.0	10.5	2.0
	2	11.4	27.7	17.6	10.1	1.8
	3	11.4	27.7	17.6	10.1	1.8
5	1	11.8	29.6	16.3	11.4	2.1
	2	11.8	29.1	17.3	10.8	1.9
	3	11.5	28.1	17.8	10.7	1.9
4	1	11.9	29.2	16.1	11.6	2.3
	2	11.7	28.5	16.7	11.1	2.1
3	1	12.1	29.7	13.0	12.3	2.5
	2	11.8	29.4	16.4	11.5	2.2
2	1	12.3	32.2	19.4	12.3	2.6
1	1	12.6	31.3	20.1	12.3	3.0

PONDERATEURS β_i DU KRIGEAGE STRICT

AUREOLE COMPLETE $_{NS=8}$

Accumulation(43_840)

Tableau:16

NP	IZ	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
7	1	11.4	29.1	17.6	9.6	1.1
	2	11.2	28.5	17.2	9.0	0.9
	3	11.2	28.5	17.2	9.1	0.9
	4	11.2	28.5	17.2	9.1	0.9
6	1	11.6	29.5	17.9	10.1	1.2
	2	11.4	28.9	17.5	9.5	1.0
	3	11.4	28.9	17.5	9.5	1.0
5	1	11.7	30.0	18.2	10.6	1.4
	2	11.5	29.4	17.8	10.0	1.2
	3	11.5	29.3	17.8	9.9	1.1
4	1	11.9	30.6	18.6	11.2	1.6
	2	11.7	29.8	18.1	10.4	1.3
3	1	12.1	31.1	18.9	11.7	1.7
	2	11.8	30.3	18.4	10.9	1.5
2	1	12.2	31.7	19.3	12.2	1.9
1	1	12.7	33.0	20.1	13.5	2.3



III-0

OST
UR

PA

50
00
50
00
50
00
50
00
50
00

TO

ANNEXES : Notices d'utilisation des Programmes
Ordinogrammes. Listings.

- P. TOGO : Calcul des Pondérateurs de Krigeage
- K. TOGO : Calcul des Krigeages
- S. TOGO : Calcul de l'optimum global. Résultats global
et locaux.

Pour des raisons évidentes de discrétion, ces annexes n'ont pas été insérées dans le présent mémoire. Elles sont disponibles au Centre de Morphologie Mathématique à Fontainebleau, après accord de la COTOMIB et du Centre de Morphologie Mathématique.

NOM de L'ETUDIANT : Henri SANS

Nature de la thèse : Docteur-Ingénieur

Vu, Approuvé
et Permis d'imprimer

Nancy, le

Le Président,

J.R. HELLUY

